



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ingegneria dell'Informazione, Informatica e Statistica  
Corso di laurea in Ingegneria Elettronica

*ANALISI MOM DELLO SCATTERING ELETTROMAGNETICO DI  
CILINDRI SOTTILI EFFETTUATA MEDIANTE L'AUSILIO DELLE  
FUNZIONI INCOMPLETE DI HANKEL*

Laureanda: *Valentina Cicchetti*

Relatore: Prof. *Renato Cicchetti*



# SOMMARIO

- **INTRODUZIONE**

- IL PROBLEMA DELLO SCATTERING ELETTROMAGNETICO
- TECNICHE NUMERICHE UTILIZZATE
- OBIETTIVO DEL LAVORO DI TESI

- **IL METODO DEI MOMENTI**

- **LE FUNZIONI INCOMPLETE DI HANKEL**

- **PROBLEMA DI SCATTERING ELETTROMAGNETICO DA CILINDRI**

- CAMPO DIFFRATTO DA CILINDRI METALLICI SOTTILI ECCITATI DA UNA SORGENTE ELEMENTARE ARBITRARIAMENTE ORIENTATA E POLARIZZATA
- CAMPO DIFFRATTO DA CILINDRI DIELETRICI SOTTILI ECCITATI DA UNA SORGENTE ELEMENTARE ARBITRARIAMENTE ORIENTATA E POLARIZZATA

- **CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI**

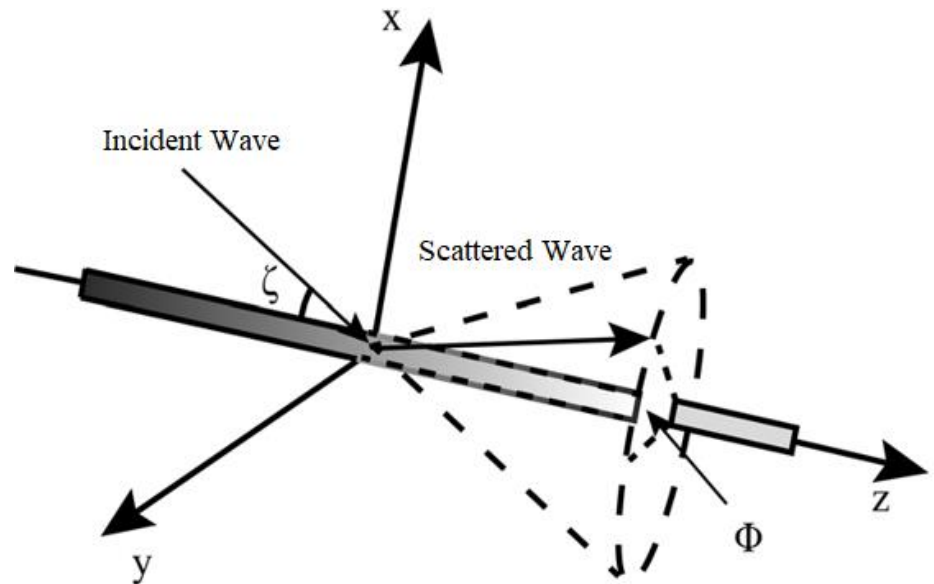


# INTRODUZIONE

## IL PROBLEMA DELLO SCATTERING ELETTROMAGNETICO

Calcolo dell'andamento spaziale del campo elettromagnetico diffuso nello spazio da parte di un oggetto, detto scatteratore, quando su di esso incide un'onda elettromagnetica generata da una sorgente posta al finito o all'infinito.

- Il Campo elettromagnetico di scattering è generato dalle correnti indotte nello scatteratore da parte del campo EM incidente





# INTRODUZIONE

## METODI UTILIZZATI PER LA SOLUZIONE DI PROBLEMI DI SCATTERING EM

- METODI ANALITICI ESATTI
- METODI ANALITICI APPROSSIMATI (GO, PO)
- METODI NUMERICI

## TECNICHE NUMERICHE

- METODO DEI MOMENTI (MOM)
- METODO DEGLI ELEMENTI FINITI (FEM)
- METODO DELLE DIFFERENZE FINITE NEL DOMINIO DEL TEMPO (FDTD)



# INTRODUZIONE

## OBIETTIVO DEL LAVORO DI TESI

Valutazione spaziale della corrente e del campo elettromagnetico scatterato da strutture conduttrici e dielettriche sottili da parte di sorgenti elettromagnetiche esterne.

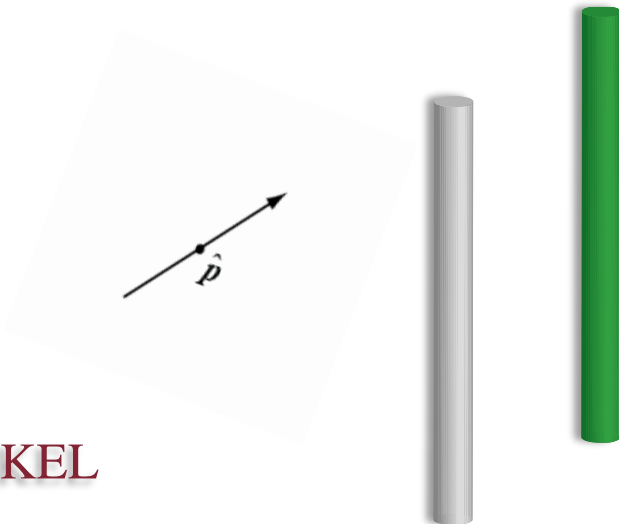
## APPLICAZIONI

Mediante sistemi costituiti da cilindri metallici sottili è possibile realizzare polarizzatori a R.F. e strutture metamateriali, mentre cilindri dielettrici sottili possono essere utilizzati per modellizzare strutture vegetali che presentano forme riconducibili a cilindri.

## Tecnica Numerica Utilizzata



**METODO DEI MOMENTI E  
FUNZIONI INCOMPLETE DI HANKEL**





# IL METODO DEI MOMENTI

Metodo numerico efficace per la soluzione di problemi di natura integro-differenziale relativi a strutture elettromagnetiche complesse.

$$L(f) = g$$

$L$  Operatore Lineare

$f$  Funzione Incognita

$g$  Termine Noto

La funzione incognita  $f$  viene rappresentata mediante opportuna somma di funzioni di espansione

$$f = \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n \quad \longrightarrow \quad \sum_{n=1}^N \alpha_n L(f_n) \cong g$$

Un opportuno prodotto interno, effettuato mediante idonee funzioni di test  $W_m$ , permette di ricondurre l'equazione nell'operatore  $L$  ad un sistema di equazioni lineari

$$\left\langle \sum_{n=1}^N \alpha_n L(f_n), W_m \right\rangle = \langle g, W_m \rangle \quad \forall m = 1, 2, \dots, N$$



# IL METODO DEI MOMENTI

Operando in tal modo si ottiene un sistema lineare equivalente nel quale le incognite sono costituite dai coefficienti peso utilizzati per la rappresentazione della funzione incognita  $f$ .

$$\underline{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{V}$$

MATRICE DELLE IMPEDENZE

$$\underline{\mathbf{Z}} = \begin{pmatrix} \langle L(f_1), W_1 \rangle & \langle L(f_2), W_1 \rangle & \dots & \langle L(f_n), W_1 \rangle \\ \langle L(f_1), W_2 \rangle & \langle L(f_2), W_2 \rangle & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \langle L(f_1), W_m \rangle & \dots & \dots & \langle L(f_n), W_m \rangle \end{pmatrix}$$

VETTORE DELLE INCOGNITE

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$$

VETTORE DEI TERMINI NOTI

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \langle g, W_1 \rangle \\ \langle g, W_2 \rangle \\ \vdots \\ \langle g, W_m \rangle \end{pmatrix}$$

La soluzione di detto sistema permette di valutare le grandezze fisiche di interesse (distribuzioni spaziali di cariche, correnti e campi, ecc.)

$$\mathbf{I} = \underline{\mathbf{Z}}^{-1} \cdot \mathbf{V}$$



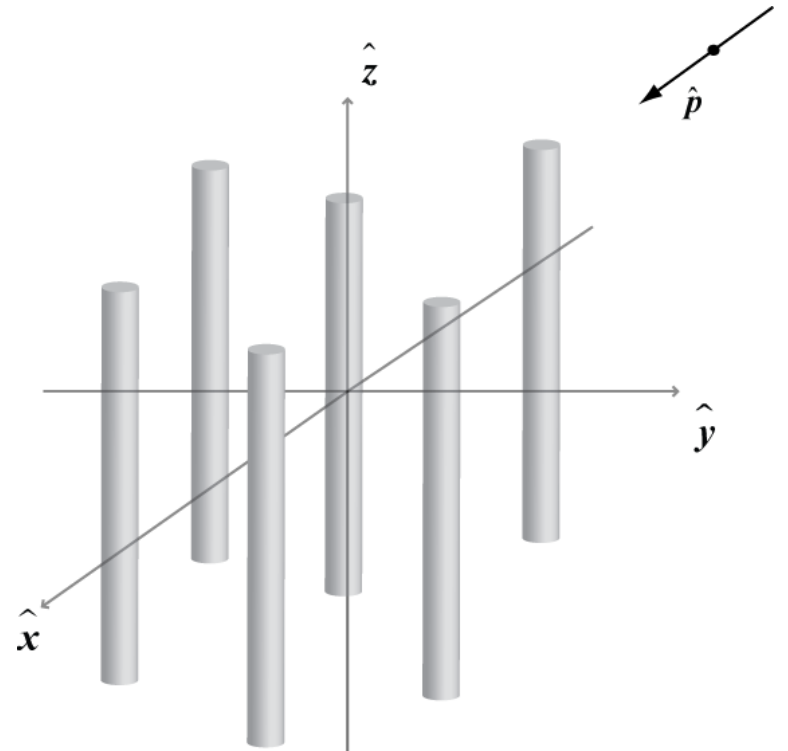
# PROBLEMA DI SCATTERING ELETTROMAGNETICO

Il CAMPO ELETTRICO DIFFRATTO da un sistema costituito da  $N_c$  cilindri di lunghezza  $L$  e raggio  $a$  eccitati da una sorgente elementare arbitrariamente posizionata e polarizzata è valutato come segue

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_s$$

$\mathbf{E}_i$  Campo elettrico incidente descritto attraverso il tensore di Green

$\mathbf{E}_s$  Campo elettrico scatterato dai cilindri sottili



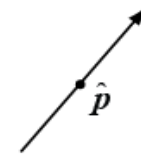




# CAMPO EM ECCITATO DA UNA SORGENTE ELEMENTARE DI CORRENTE

Il campo generato da una sorgente elementare arbitrariamente polarizzata è ottenuto mediante l'ausilio del tensore diadico di Green

$$\underline{\mathbf{E}}_i(x, y, z) = \underline{\mathbf{G}}(x, y, z) \cdot \hat{\mathbf{p}} I_0 L$$



dove il tensore di Green è espresso nella seguente forma compatta

$$\underline{\mathbf{G}}(x, y, z) = -j\omega\mu_0 (\underline{\mathbf{1}} - \hat{\mathbf{R}}\hat{\mathbf{R}})g_0(x, y, z) - \eta_0 (\underline{\mathbf{1}} - 3\hat{\mathbf{R}}\hat{\mathbf{R}})\frac{g_0(x, y, z)}{R} +$$
$$-\frac{1}{j\omega\varepsilon_0} (\underline{\mathbf{1}} - 3\hat{\mathbf{R}}\hat{\mathbf{R}})\frac{g_0(x, y, z)}{R^2}$$

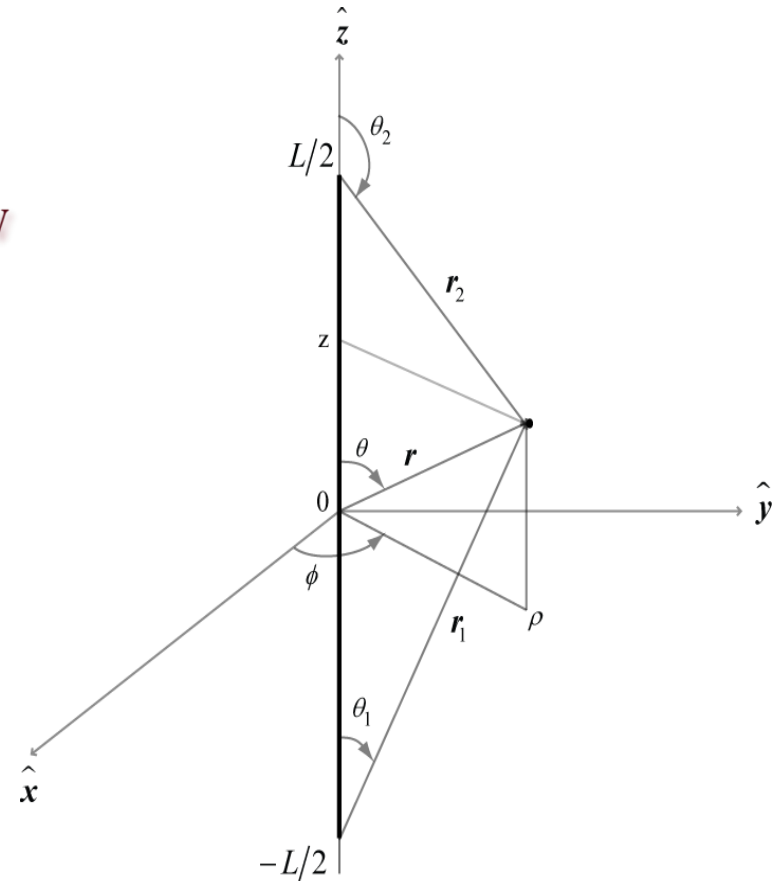


# LE FUNZIONI INCOMPLETE DI HANKEL

Le FUNZIONI INCOMPLETE DI HANKEL sono speciali funzioni recentemente introdotte in letteratura per esprimere le soluzioni analitiche esatte o approssimate di problemi fisici complessi.

$$H_{\nu}^{(1)}(\Omega, w_0) = \mp \frac{e^{\pm j\nu\left(\frac{\pi}{2}\right)}}{j\pi} \int_{w_0}^{\infty} e^{\mp j\Omega \cosh w} \cosh(vw) dw$$

Tali funzioni sono utili per analizzare fenomeni radiativi o diffrattivi in strutture cilindriche troncate, in prossimità o lontano dalle regioni di sorgente.





# FUNZIONI BASE UTILIZZATE PER LA SOLUZIONE MOM

Per valutare la distribuzione di corrente eccitata su ciascuno dei cilindri si utilizzano le funzioni base a profilo triangolare.

$$\Lambda(z) = \left(1 - \frac{1}{d}|z|\right) \quad \forall z \in [-d, d]$$

A tale funzione sono associate le componenti del campo elettrico descritte mediante l'ausilio delle *FUNZIONI INCOMPLETE DI HANKEL*. La componente  $z$  di detto campo risulta espressa come segue

$$\begin{aligned} E_{Az}(\rho, z) = & -\frac{\omega \mu_0}{4} \left\{ H_0^{(2)} \left[ \beta_0 \rho, \sinh^{-1} \frac{\Delta z_2}{\rho} \right] - H_0^{(2)} \left[ \beta_0 \rho, \sinh^{-1} \frac{\Delta z_1}{\rho} \right] \right\} - \frac{\omega \mu_0}{4} \frac{z}{d} \left\{ 2 H_0^{(2)} \left[ \beta_0 \rho, \sinh^{-1} \frac{z}{\rho} \right] + \right. \\ & \left. - \left\{ H_0^{(2)} \left[ \beta_0 \rho, \sinh^{-1} \frac{\Delta z_1}{\rho} \right] + H_0^{(2)} \left[ \beta_0 \rho, \sinh^{-1} \frac{\Delta z_2}{\rho} \right] \right\} \right\} + \eta_0 \left[ 2 \frac{e^{-j\beta_0 r_0}}{4\pi r_0} - \left( \frac{e^{-j\beta_0 r_1}}{4\pi r_1} + \frac{e^{-j\beta_0 r_2}}{4\pi r_2} \right) \right] + \\ & + \frac{1}{j\omega \varepsilon_0} \frac{1}{d} \left[ 2 \frac{e^{-j\beta_0 r_0}}{4\pi r_0} - \left( \frac{e^{-j\beta_0 r_1}}{4\pi r_1} + \frac{e^{-j\beta_0 r_2}}{4\pi r_2} \right) \right] \end{aligned}$$



## DERIVAZIONE DELLA EFIE

Per valutare la distribuzione di corrente eccitata sui cilindri sottili viene utilizzata la CONDIZIONE AL CONTORNO DI LEONTOVICH.

$$\hat{n} \times \mathbf{E}_t(a, z) = -Z_p \mathbf{H}_t(a, z) \quad \rightarrow \quad E_z(a, z) = \frac{Z_p}{2\pi a} I(z)$$

$Z_p$  IMPEDENZA DI PARETE

La componente  $z$  del campo elettrico totale lungo l'asse dei cilindri viene espressa come segue:

$$E_z(x, y, z) = E_{iz}(x, y, z) + \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{2N_{max}-1} I_{ij} E_{Az} \left( \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}, z-z_j \right)$$

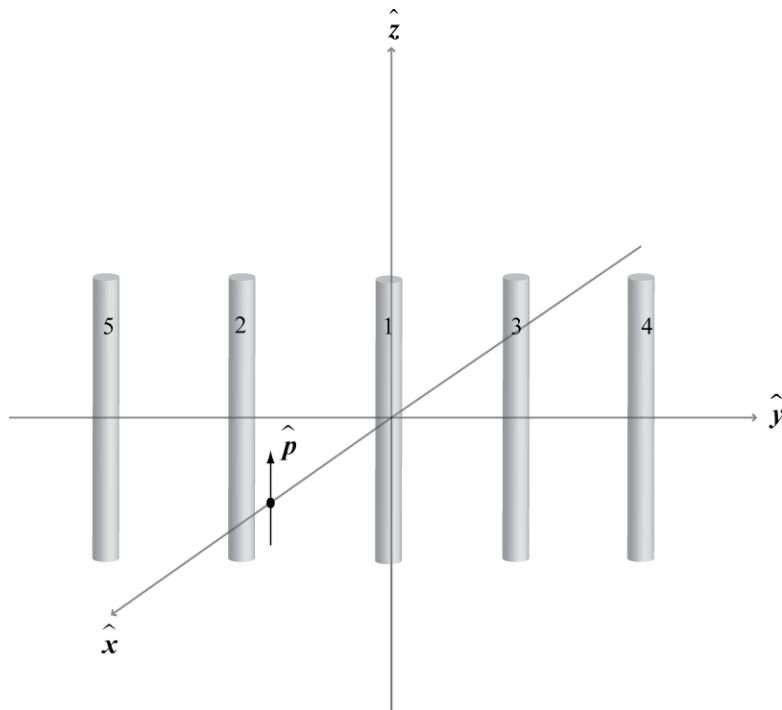
La corrente  $I(z)$  viene approssimata mediante funzioni base triangolari:

$$I(z) = \sum_{i=1}^N I_{ij} \Lambda_n(z - z_j)$$

L'equazione che forza la condizione al contorno (EFIE) viene risolta mediante il metodo dei Momenti nella versione POINT-MATCHING.



# CAMPO DIFFRATTO DA CILINDRI METALLICI SOTTILI ECCITATI DA UNA SORGENTE ELEMENTARE



SORGENTE

$$\lambda = 1 \text{ m}$$

$$\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{z}}$$

$$P(x_s = \lambda, y_s = 0, z_s = 0)$$

$$I_0 L = 1 \text{ Am}$$

CILINDRI

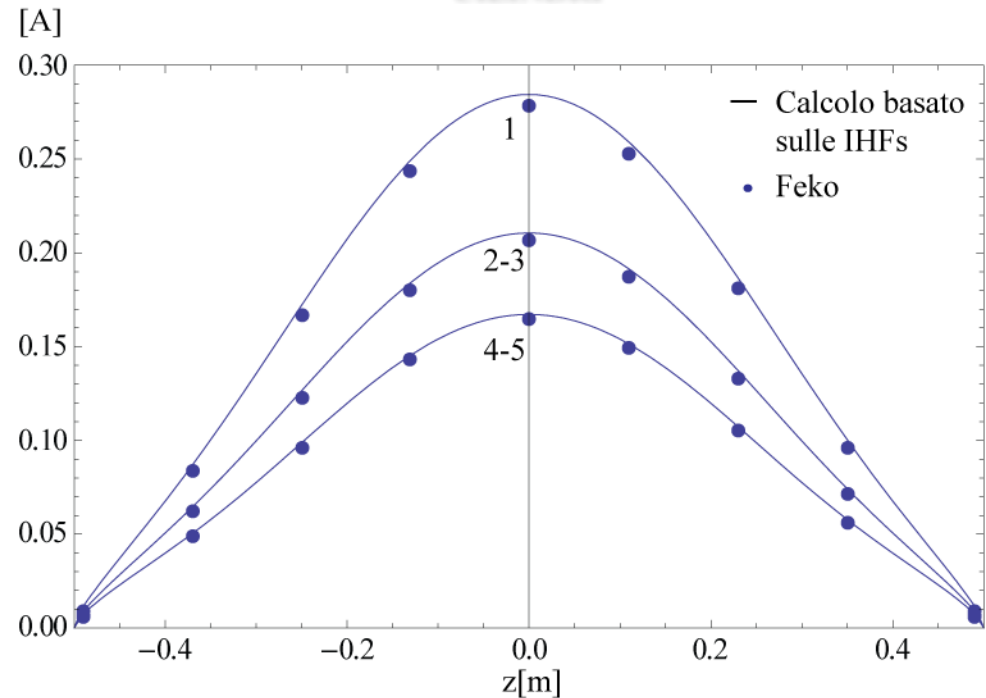
$$L_c = \lambda$$

$$a = \frac{0.01\lambda}{2}$$

$$\sigma = 5.96 \times 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

$$\Delta d = 0.5\lambda$$

DISTRIBUZIONE DELLA CORRENTE ECCITATA SUI  
CILINDRI



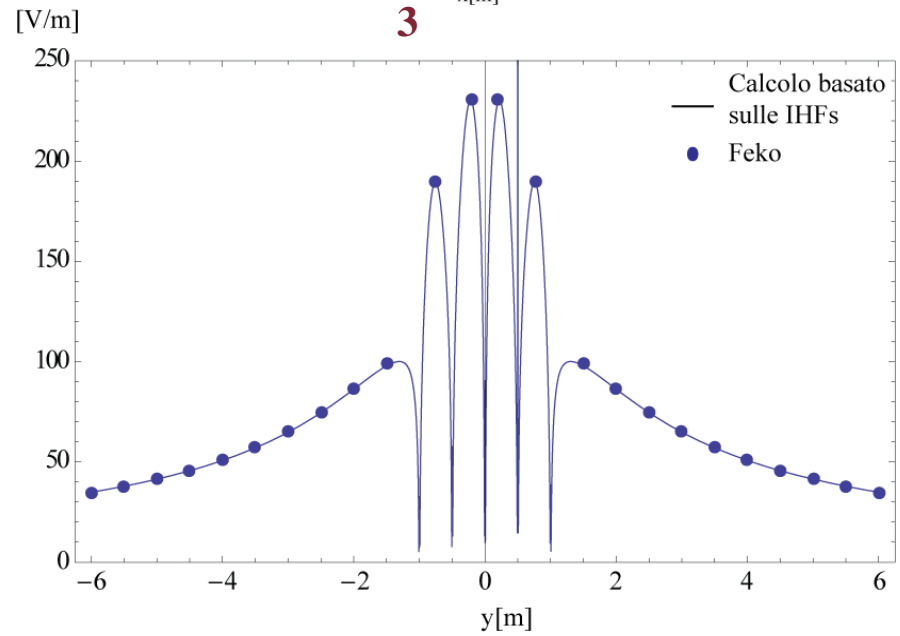
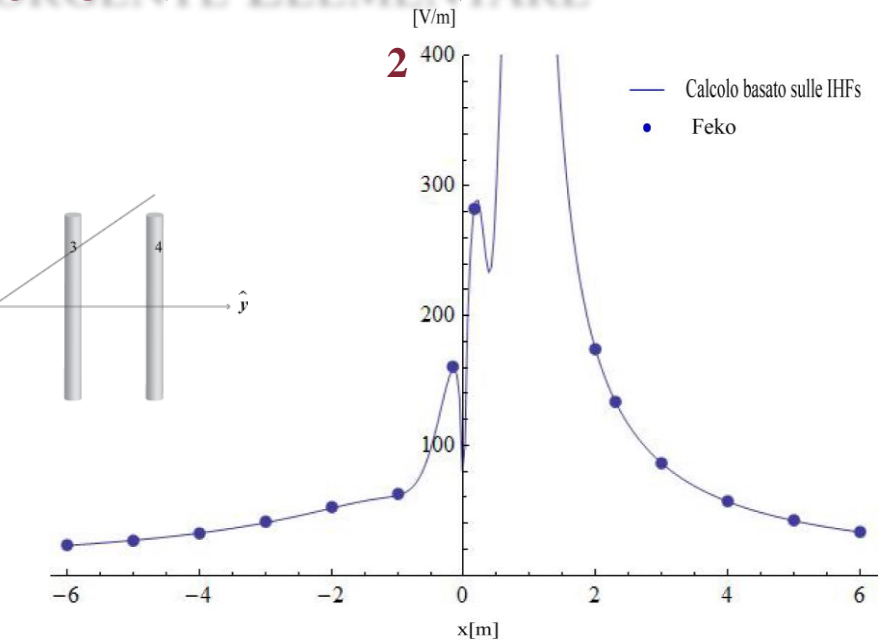
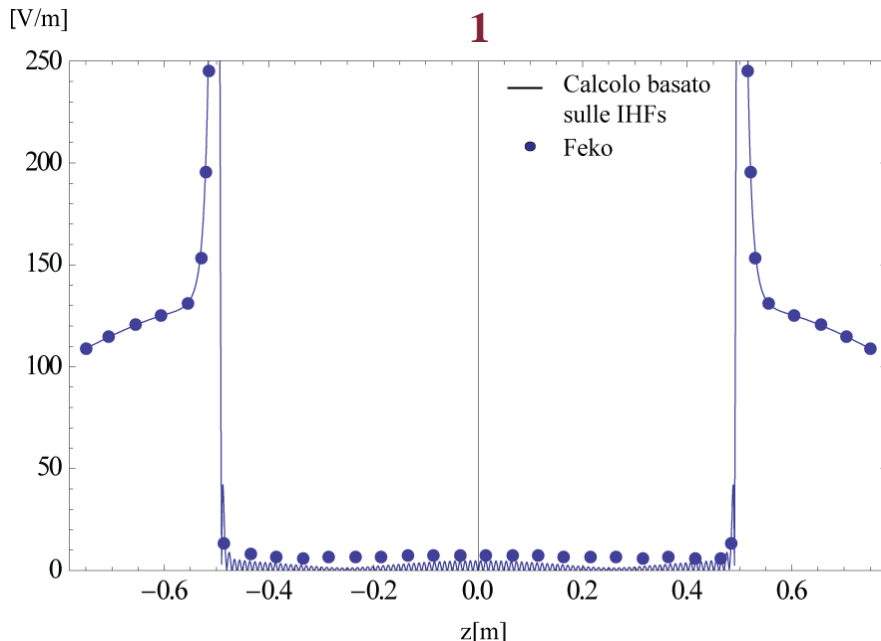
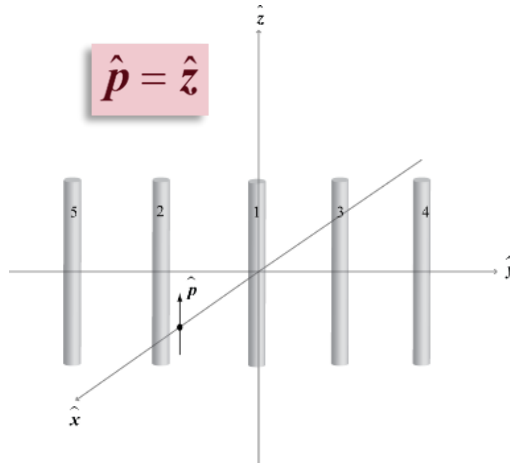
Le correnti mostrano un comportamento risonante e la presenza di un forte accoppiamento elettromagnetico. L'accordo tra le soluzioni ottenute con il software Feko e quelle ottenute con il codice MoM basato sull'ausilio delle IHFs è eccellente.



# CAMPO DIFFRATTO DA CILINDRI METALLICI SOTTILI ECCITATI DA UNA SORGENTE ELEMENTARE

ANDAMENTO DELLA COMPONENTE Z  
DEL CAMPO ELETTRICO valutato per  
in:

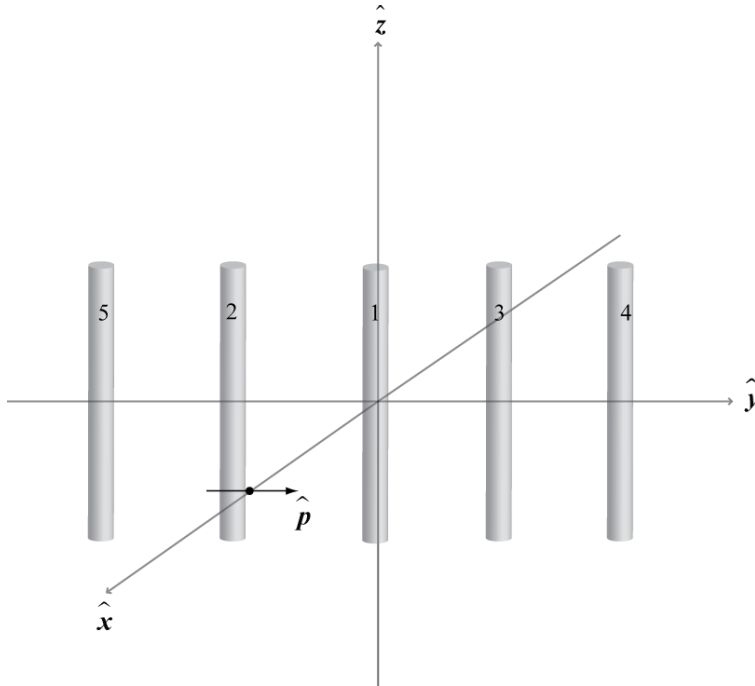
- 1)  $x=a$  ,  $y=0$  lungo la direzione  $z$
- 2)  $y=0$ ,  $z=0$  lungo la direzione  $x$
- 3)  $x=0$ ,  $z=0$  lungo la direzione  $y$





# CAMPO DIFFRATTO DA CILINDRI METALLICI SOTTILI ECCITATI DA UNA SORGENTE ELEMENTARE

## DISTRIBUZIONE DELLA CORRENTE ECCITATA SUI CILINDRI



SORGENTE

$$\lambda = 1 \text{ m}$$

$$\hat{p} = \hat{y}$$

$$P(x_s = \lambda, y_s = 0, z_s = 0)$$

$$I_0 L = 1 \text{ Am}$$

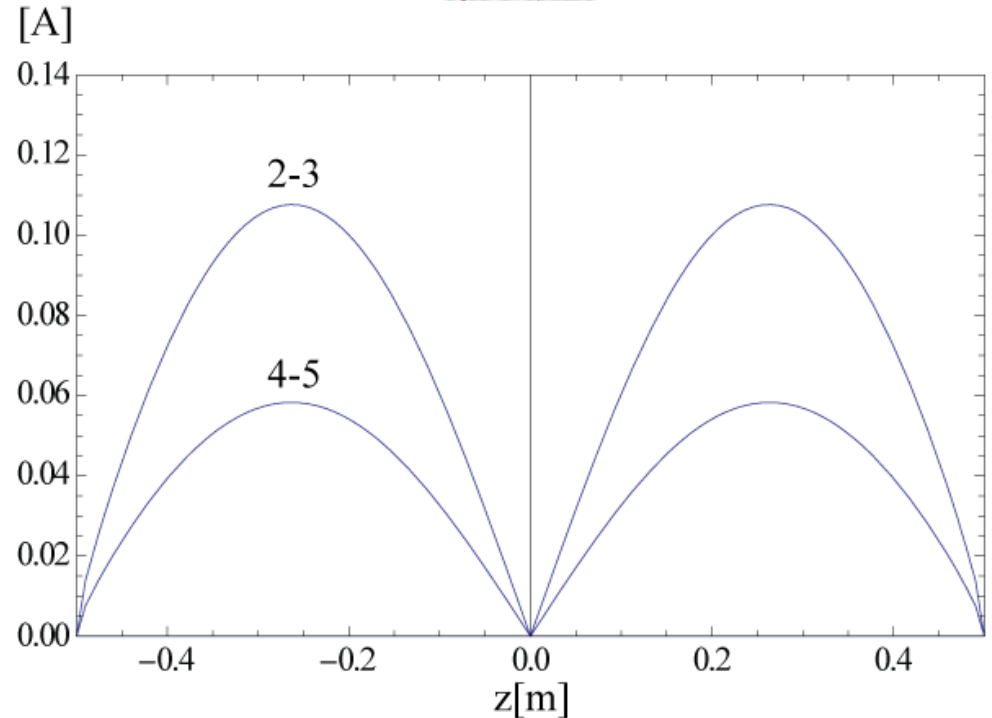
CILINDRI

$$L_c = \lambda$$

$$a = \frac{0.01\lambda}{2}$$

$$\sigma = 5.96 \times 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

$$\Delta d = 0.5\lambda$$

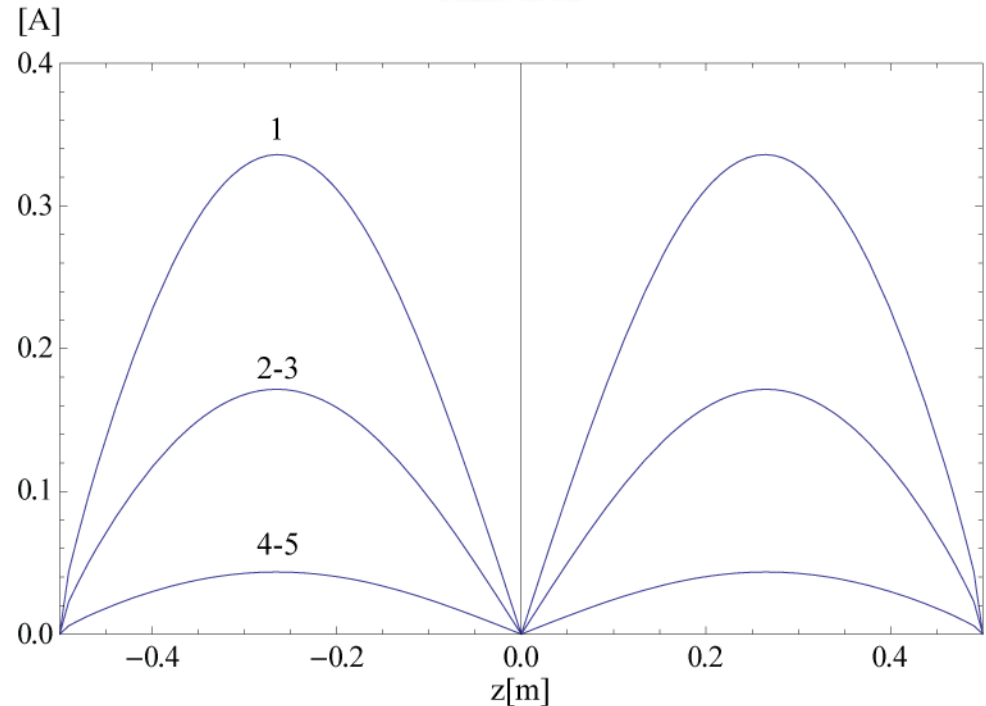
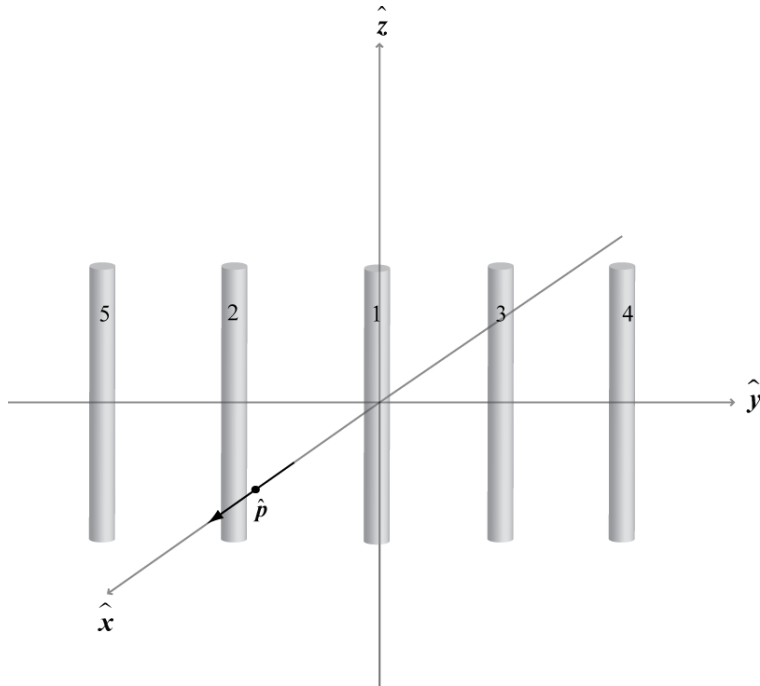


A causa della simmetria della struttura ed alla particolare polarizzazione della sorgente, risulta assente l'eccitazione elettromagnetica del cilindro centrale (cilindro n° 1), mentre i rimanenti cilindri risuonano sul secondo modo di risonanza.



# CAMPO DIFFRATTO DA CILINDRI METALLICI SOTTILI ECCITATI DA UNA SORGENTE ELEMENTARE

## DISTRIBUZIONE DELLA CORRENTE ECCITATA SUI CILINDRI



SORGENTE

$$\lambda = 1 \text{ m}$$

$$\hat{p} = \hat{x}$$

$$P(x_s = \lambda, y_s = 0, z_s = 0)$$

$$I_0 L = 1 \text{ Am}$$

CILINDRI

$$L_c = \lambda$$

$$a = \frac{0.01\lambda}{2}$$

$$\sigma = 5.96 \times 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

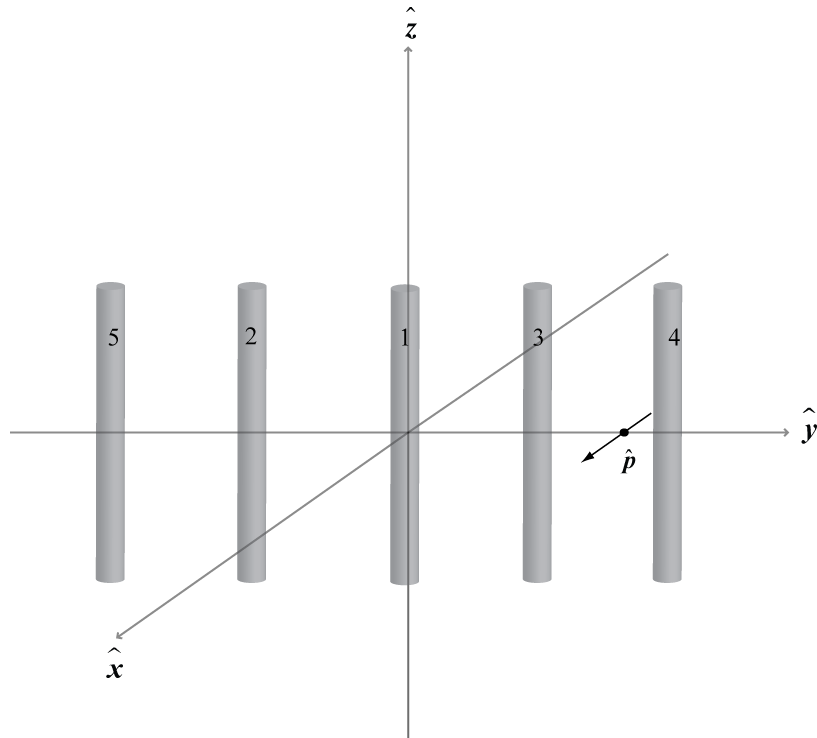
$$\Delta d = 0.5\lambda$$

A differenza del caso  $\hat{p} = \hat{y}$  il cilindro centrale risulta eccitato. I valori delle correnti eccitate sui cilindri risultano essere più elevati rispetto a quelli ottenuti nella condizione  $\hat{p} = \hat{y}$  e  $\hat{p} = \hat{z}$ .





# CAMPO DIFFRATTO DA CILINDRI METALLICI SOTTILI ECCITATI DA UNA SORGENTE ELEMENTARE



SORGENTE

$$\lambda = 1 \text{ m}$$

$$\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{x}}$$

$$P(x_s = 0, y_s = 0.99\lambda, z_s = 0)$$

$$I_0 L = 1 \text{ Am}$$

CILINDRI

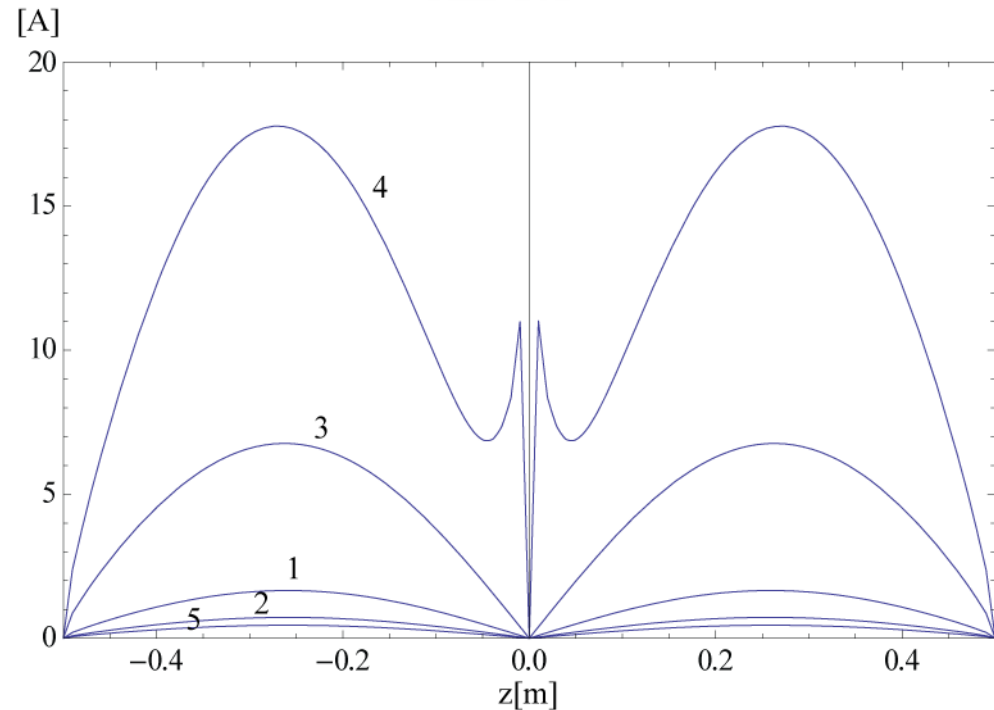
$$L_c = \lambda$$

$$a = \frac{0.01\lambda}{2}$$

$$\sigma = 5.96 \times 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

$$\Delta d = 0.5\lambda$$

DISTRIBUZIONE DELLA CORRENTE ECCITATA SUI  
CILINDRI

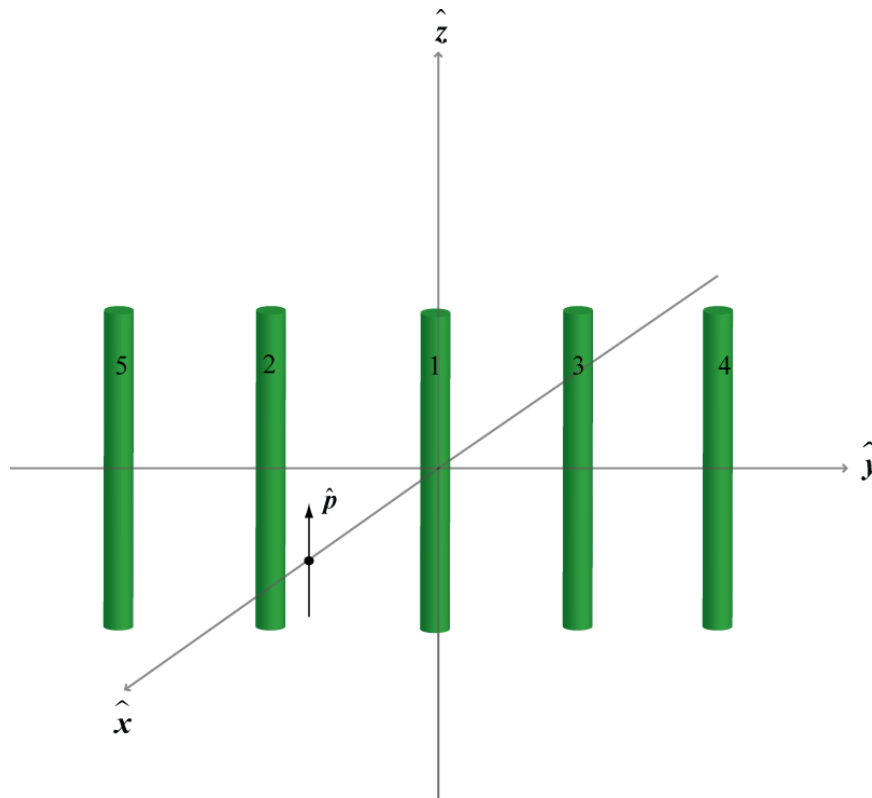


Il cilindro posizionato in prossimità della sorgente (cilindro n° 4) è fortemente accoppiato al campo EM generato dalla sorgente.



# CAMPO DIFFRATTO DA CILINDRI DIELETTICI SOTTILI ECCITATI DA UNA SORGENTE ELEMENTARE

Cilindri dielettrici sottili possono essere utilizzati per modellizzare il comportamento elettromagnetico di **STRUTTURE VEGETALI** aventi forma cilindrica.



Sostanze vegetali sono caratterizzate dalla presenza della **CLOROFILLA**, una sostanza organica a cui si può attribuire:

COSTANTE DIELETTICA  
RELATIVA  $\epsilon_r = 10$

CONDUCIBILITÀ  
ELETTRICA  $\sigma = 0.012 \frac{S}{m}$

SORGENTE CILINDRI

$\lambda = 1 m$   $L_c = \lambda$

$\hat{p} = \hat{z}$   $a = \frac{0.01\lambda}{2}$

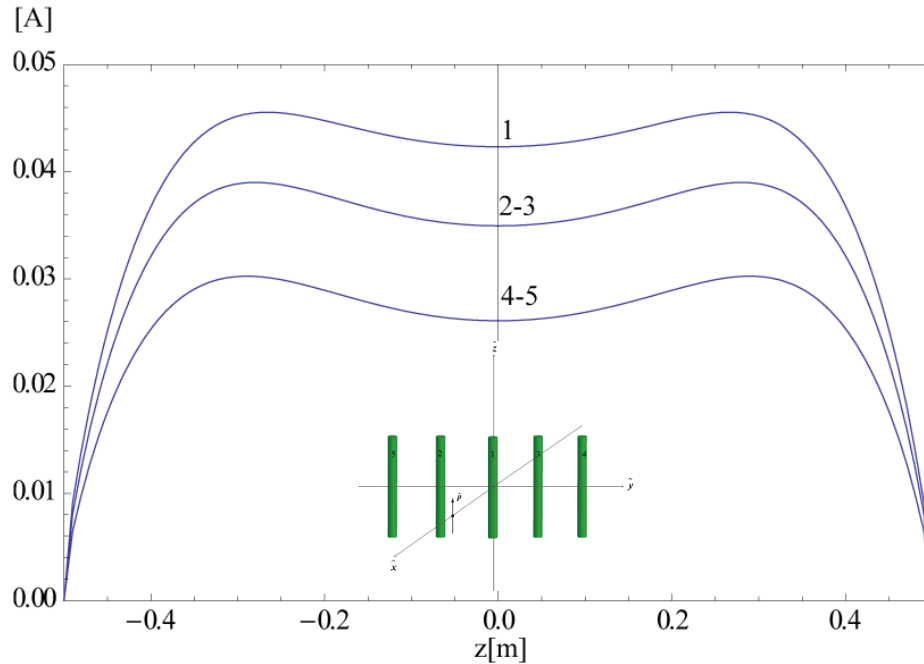
$P(x_s = \lambda, y_s = 0, z_s = 0)$   $\Delta d = 0.5\lambda$

$I_0 L = 1 Am$



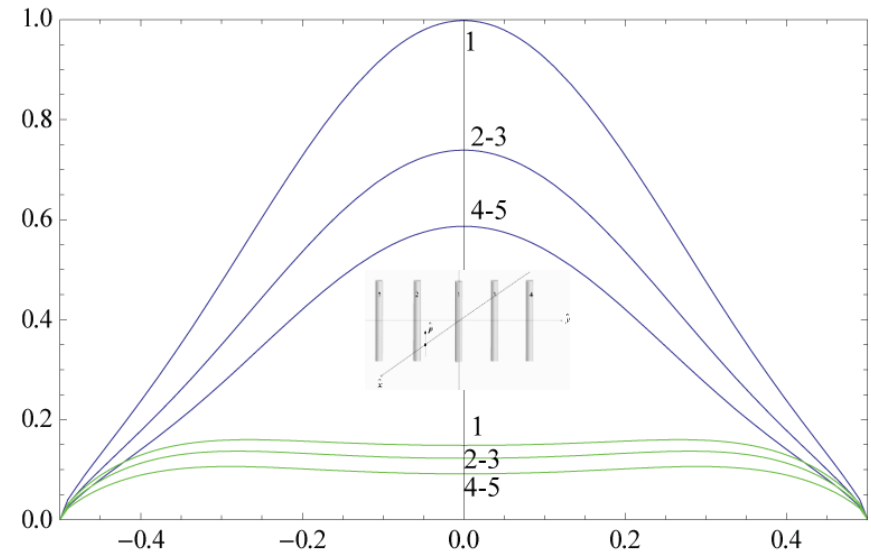
# CAMPO DIFFRATTO DA CILINDRI DIELETTICI SOTTILI ECCITATI DA UNA SORGENTE ELEMENTARE

## DISTRIBUZIONE DELLA CORRENTE ECCITATA SUI CILINDRI DIELETTICI



I valori massimi delle correnti eccitate sui cilindri dielettrici risultano decisamente più bassi rispetto a quelli eccitati sui cilindri metallici. Inoltre, l'andamento delle correnti è più uniforme lungo l'asse dei cilindri.

## CONFRONTO DELLA CORRENTE ECCITATA SUI CILINDRI METALLICI E DIELETTICI



CILINDRI DIELETTICI

$$\sigma = 0.012 \frac{S}{m}$$

$$\varepsilon_r = 10$$

CILINDRI METALLICI

$$\sigma = 5.96 \times 10^7 \frac{S}{m}$$

$$\varepsilon_r \cong 1$$

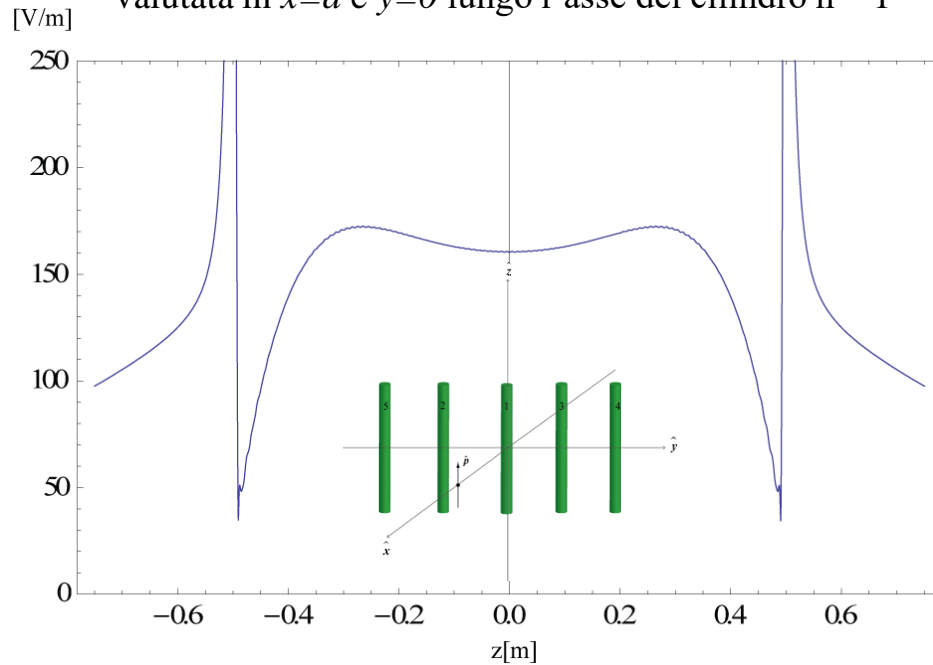


# CAMPO DIFFRATTO DA CILINDRI DIELETTICI SOTTILI ECCITATI DA UNA SORGENTE ELEMENTARE

$$\epsilon_r = 10 \quad \sigma = 0.012 \frac{S}{m}$$

ANDAMENTO SPAZIALE DELLA COMPONENTE Z

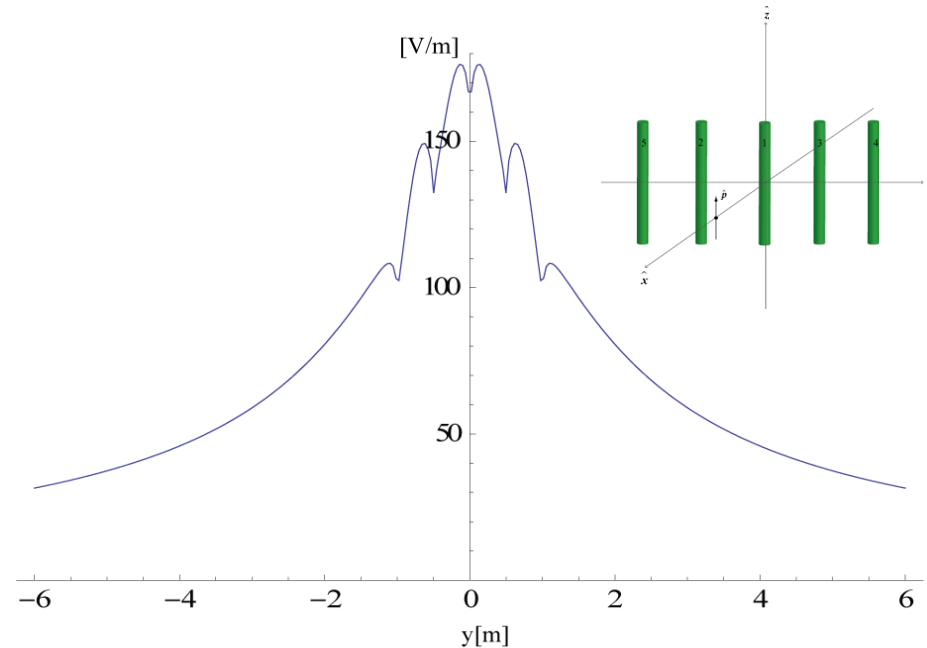
valutata in  $x=a$  e  $y=0$  lungo l'asse del cilindro n° 1



La componente z del campo elettrico presenta un valore molto elevato nella regione dove risulta posizionato il cilindro a differenza del caso metallico per il quale il valore è prossimo a zero.

ANDAMENTO SPAZIALE DELLA COMPONENTE Z

valutata in  $x=0, z=0$  lungo la direzione y



I picchi del campo elettrico compresi tra i diversi cilindri assumono livelli più bassi rispetto a quelli osservati per le strutture di tipo metallico.



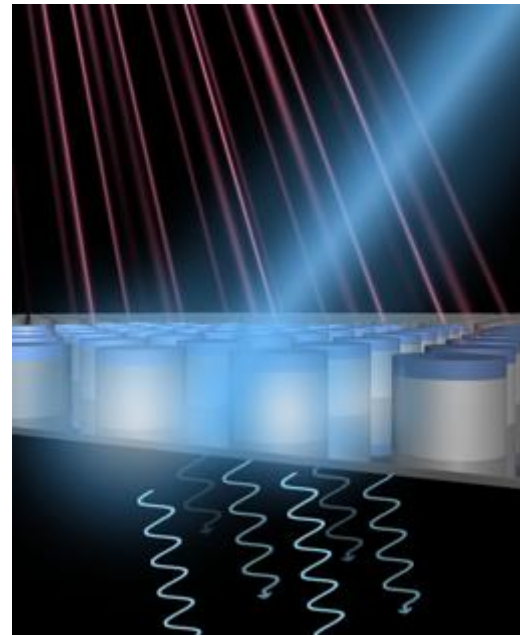
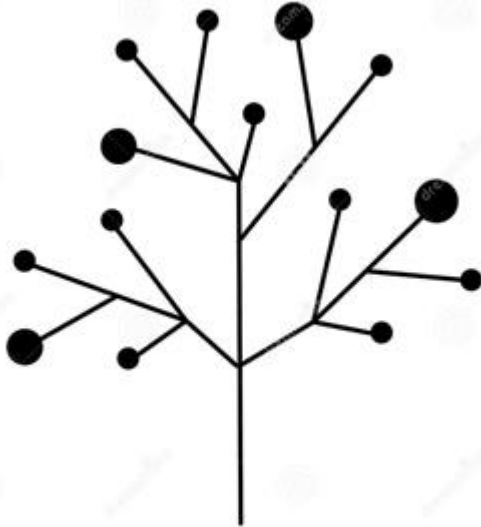
## CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

- E' stata messa a punto una procedura *MoM* di tipo full-wave facente uso delle funzioni *incomplete di Hankel* utile per l'analisi dello scattering EM causato da sorgenti elementari arbitrariamente orientate e polarizzate in presenza di strutture metalliche e dielettriche sottili.
- Il profilo della corrente di scattering è risultato fortemente dipendente dalla posizione, polarizzazione e frequenza della sorgente, nonché dalle caratteristiche elettromagnetiche dei cilindri considerati (metallici e dielettrici reali).
- Gli esempi numerici proposti hanno evidenziato situazioni di accoppiamento elettromagnetico tra i cilindri nonché processi di risonanza e di accumulo di carica in prossimità del troncamento della struttura considerata.
- Il modello messo a punto può servire per l'analisi ed il progetto di strutture filamentari utili per la realizzazione di polarizzatori, antenne a riflettore, strutture metamateriali, nonché a modellizzare strutture vegetali aventi forma cilindrica.



## CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

- Una modellizzazione più realistica dello scattering elettromagnetico da parte di strutture vegetali aventi simmetria cilindrica potrebbe essere effettuata mediante l'inclusione degli effetti riflessivi causati dalla presenza del terreno.
- Il modello potrebbe essere modificato in modo da analizzare ramificazioni o strutture di tipo grigliato permettendo in tal modo di esaminare strutture vegetali più complesse o griglie di protezione/aerazione di apparati elettronici.





*GRAZIE PER L'ATTENZIONE !*

