



MATEMATICA APPLICATA PER LA SOSTENIBILITÀ: MODELLI, CALCOLI, IA

A.A. 2024/25

Docente (1° Parte / 3 cfu): Prof. Massimiliano Frezza

Docente (2° Parte / 6 cfu): Prof. Domenico Vitulano

PROGRAMMA

1° Parte (Prof. Frezza)

1) ALGEBRA LINEARE (richiami): spazi vettoriali. Rappresentazione geometrica dei vettori e delle operazioni con vettori. Insiemi di vettori linearmente dipendenti e indipendenti. Rango di un insieme di vettori. Dimensione e base di uno spazio vettoriale. Sottospazi vettoriali. Determinante di una matrice quadrata. Caratteristica o rango di una matrice, Teorema di Rouché-Capelli e teorema di Cramer. Sistemi numerici e parametrici. Sistemi lineari omogenei. Cambiamento di base in uno spazio vettoriale e sue conseguenze sulle componenti di un vettore..

2) APPLICAZIONI LINEARI TRA DUE SPAZI VETTORIALI DI DIMENSIONE FINITA: concetti generali: nucleo e immagine. Associazione di una matrice ad un'applicazione lineare. Cambiamenti di base: cenni. Autovalori e autovettori. Teorema sul legame tra autovalori e (in) dipendenza degli autovettori associati. Diagonalizzazione di un'applicazione lineare.

3) FORME QUADRATICHE: Caratterizzazione di una forma quadratica. Metodo dei minori. Metodo degli autovalori. Teorema condizione necessaria e sufficiente sul segno di una forma quadratica. Forma canonica di una forma quadratica. Forma quadratica vincolata.

4) CALCOLO VETTORIALE: Funzioni di più variabili. Insieme di definizione. Derivate direzionali. Derivate parziali. Derivate parziali di ordine successive al primo. Teorema di Schwarz. Differenziabilità. Gradiente e differenziale totale. Formula del

gradiente. Iperpiano tangente. Matrice Hessiana. Matrice Jacobiana. Funzioni omogenee. Teorema di Eulero. Formula di Taylor per funzioni di più variabili.

5) OTTIMIZZAZIONE STATICA: estremanti, estremi locali. Punti stazionari. Punti di sella. Ottimizzazione libera. Condizioni necessarie e sufficienti del secondo ordine (metodo dei minori, degli autovalori e del polinomio caratteristico). Funzioni convesse. Ottimizzazione vincolata. Metodo di esplicitazione. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Matrice Hessiana orlata. Condizioni necessarie e sufficienti del secondo ordine. Caso generale: n funzioni e p vincoli.

2° Parte (Prof. Vitulano)

1) INTRODUZIONE a Matlab con le sue principali funzioni.

2) FONDAMENTI SUL MACHINE LEARNING

Cenni storici. I pilastri del machine learning: dati, modelli, learning.

Dati come vettori. Modelli come funzioni. Tre fasi principali: Predizione (o inferenza). Training (o stima dei parametri). Selezione del modello (o tuning di iperparametri). Minimi quadrati da un punto di vista numerico e dal punto di vista del machine learning. Training, Validation e testing. Esempi pratici in economia e esercizi in Matlab

3) RIDUZIONE DELLA DIMENSIONALITÀ. Storia e Principal Component Analysis. Massima varianza. Covarianza, autovalori e autovettori. MNIST dataset. Esempi in Matlab.

4) CLASSIFICAZIONE: Unsupervised learning, Supervised learning, Reinforcement learning. Support Vector Machine. Iperpiani. Derivazione tradizionale di margin, soft margin, Dual Support Vector Machine. Simulazioni in Matlab

5) RETI NEURALI. Cenni su convoluzione tra vettori (1-D), matrici (2-D) e in dimensioni superiori. Esempi ed esercizi. Sottocampionamento in 1-D e d-D. Cenni su semplici reti neurali e su reti neurali profonde (Convolutional Neural Networks: CNNs). Esempi di classificazione di dati e in ambito finanziario con programmazione Matlab

Testi

- Marc Peter Deisenroth, A. Aldo Faisal, Cheng Soon Ong, "Mathematics for Machine Learning", Cambridge University Press, 2020

- R. K. Sundaram, "A First Course in Optimization Theory", Cambridge University Press, 1996

- Appunti dei docenti

Bibliografia di riferimento

- Sergio Bianchi, "Appunti di Algebra lineare". Dispense distribuite gratuitamente.