

# L-27 Scienze Chimiche

- Fisica I
- Fisica II
- Istituzioni di Matematica I
- Istituzioni di Matematica II

<b>Fisica I</b>	
<b>CdS</b>	<b>L-27 Scienze Chimiche</b>
CFU	9
ore	90
Semestre	II
Anno	I
Numero medio di studenti	500
Canalizzazione	Sì (4 canali)
Referente del Gruppo di Lavoro	Livia Bove

## 1. RESOCONTO

### Calendario degli incontri

17.02.2022 Incontro tra i docenti degli Insegnamenti di Base e la Presidente del CAD per confrontarsi sui programmi e stilare le schede.

### Criticità emerse

In ingresso, si riscontra una scarsa capacità nell'utilizzo degli strumenti matematici.

Ai fini del superamento dell'esame, le criticità riguardano la mancanza di capacità di lettura critica e comprensione del testo degli esercizi, di formalizzazione in equazioni di un problema fisico, di risoluzione non mnemonica degli esercizi, di declinazione dei concetti statistici appresi in esperimenti reali, e conoscenze non adeguate di calcolo vettoriale e trigonometria.

### Azioni correttive proposte

Corsi di rimessa a livello degli studenti non provenienti dai licei, fare esercitazioni sulle tematiche più difficili per gli studenti, tutoraggio

### Buone pratiche

Esperienze pratiche di Laboratorio per applicare i concetti di statistica (sia semplici esperienze da realizzare in classe (misura dei chiodi, caduta di un grave, periodo di oscillazione di un pendolo), sia esperienze con supporti digitali come phyphox).

Dedicare almeno 3 ore delle 8 settimanali a svolgere esercizi in classe. Portare sempre numerosi esempi quando si introducono dei nuovi concetti.

## Note e commenti

## Programma concordato

### PROGRAMMA DETTAGLIATO

Meccanica: Il metodo scientifico sperimentale. Grandezze fisiche e unità di misura. Posizione, velocità e accelerazione. Sistemi di riferimento in moto relativo. Sistemi di riferimento inerziali. Principio d'inerzia. Forza, massa. Secondo principio della dinamica. Terzo principio della dinamica. Riferimenti non inerziali e forze apparenti. Relatività Galileiana. Attrito statico. Attrito dinamico. Forze elastiche. Impulso e quantità di moto. Momento di una forza e momento angolare. Pendolo. Lavoro di una forza. Teorema dell'energia cinetica. Forze conservative. Energia potenziale. Conservazione dell'energia meccanica. Equilibrio di un punto materiale. Oscillatore armonico. Pendolo semplice e composto. Forze apparenti. Forza centrifuga e forza di Coriolis. Quantità di moto e momento angolare totali per un sistema di punti materiali. Centro di massa. Riferimento del centro di massa. Equazioni cardinali. Problema dei due corpi. Teoremi di Koenig. Urti elastici e anelastici. Sistemi rigidi. Momento d'inerzia. Tensore momento di Inerzia. Teorema di Huygens-Steiner. Lavoro ed Energia per un corpo rigido. Rotazione di un corpo rigido. Moto di puro rotolamento. Urti tra corpi estesi.

Laboratorio di Fisica I: Il metodo sperimentale; Nozioni generali sull'incertezza nella misura; Determinazione e rappresentazione dell'errore; Propagazione delle incertezze; Analisi statistica delle incertezze casuali; Distribuzioni statistiche (Poisson, Gauss, Binomiale); La distribuzione normale; Correlazione e covarianza; Metodo dei minimi quadrati; Il test del chi-quadro per una distribuzione.

## 2. TABELLA SYLLABUS

### 1. Meccanica del punto materiale

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Sistemi di riferimento, campi scalari e vettoriali		X	Chimica Fisica	
Prodotto scalare e vettoriale		X	Chimica Fisica	
Derivata di un vettore		X	Chimica Fisica	
Grandezze fisiche e unità di misura	X (i docenti riprendono l'argomento)			
Posizione, velocità e accelerazione	X (i docenti riprendono l'argomento)			
Sistemi inerziali e principio di inerzia		X	Chimica Fisica	
Forza, massa inerziale e massa gravitazionale		X	Chimica Fisica	
Secondo principio della dinamica		X	Chimica Fisica	
Terzo principio della dinamica		X	Chimica Fisica	
Trasformazioni galileiane		X	Chimica Fisica	
Sistemi non inerziali e forze apparenti		X	Chimica Fisica	
Impulso e quantità di moto		X	Chimica Fisica	
Momento angolare e momento di una forza		X	Chim Fis II	
Lavoro di una forza		X	Chimica Fisica	
Teorema dell'energia cinetica		X	Chimica Fisica	
Forze conservative e energia potenziale		X	Chimica Fisica	

### 2. Leggi delle forze

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Gravitazione (leggi di Keplero)		X		
Forza peso		X		
Forze elastiche		X	Chimica Fisica	
Attrito (statico e dinamico)		X	Chimica Fisica	
Moto circolare uniforme		X	Chimica Fisica	
Moto circolare non uniforme		X		
Oscillatore armonico		X	Chimica Fisica	

### 3. Sistemi rigidi

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario

Quantità di moto e momento angolare totali per un sistema di punti materiali		X	Chimica Fisica	
Centro di massa		X	Chimica Fisica	
Momenti di inerzia		X	Chimica Fisica	
Teorema di Konig		X		
Energia cinetica di un sistema rigido		X	Chimica Fisica	
Momento angolare rispetto ad un polo fisso		X		
Moto di un sistema rigido non vincolato		X		
Rotazione di un corpo rigido		X		
Moto di puro rotolamento		X		E' probabile che non sia fondamentale per Scienze Chimiche. Richiede, però, poco tempo ed è utile per chiarire altri argomenti
Urti tra corpi estesi		X		E' probabile che non sia fondamentale per Scienze Chimiche. E' utile per chiarire altri argomenti attraverso esercizi

#### 4. Fluidodinamica e termodinamica

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Fluidi				Nota: potrebbe essere utile ma non viene svolto per mancanza di tempo
Densità, pressione,				Nota: potrebbe essere utile ma non viene svolto per mancanza di tempo
Idrostatica nel campo gravitazionale e principio di Archimede				Nota: potrebbe essere utile ma non viene svolto per mancanza di tempo
Teorema di Pascal				Nota: potrebbe essere utile ma non viene svolto per mancanza di tempo

Moto traslatorio e rotatorio				Nota: potrebbe essere utile ma non viene svolto per mancanza di tempo
Fluidi perfetti e teorema di Bernoulli				Nota: potrebbe essere utile ma non viene svolto per mancanza di tempo

## 5. Termodinamica

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Temperatura e legge zero della termodinamica				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio
Sistemi termodinamici e parametri di stato				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio
Definizione operativa di calore. Parametri di stato intensivi ed estensivi.				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio
Trasformazioni termodinamiche				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio
Variabili di stato intensive ed estensive				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio
Lavoro in termodinamica e rappresentazione grafica				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio
Dilatazione termica.				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio
Equivalenza calore-lavoro				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio
Prima legge della termodinamica				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio

Gas perfetti e teoria cinetica				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio
Equazione di stato e trasformazioni adiabatiche a P,V o T costante				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio
Secondo principio della termodinamica				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio
Ciclo di Carnot e teorema di Carnot				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio
Entropia				Argomento che si svolge nell'insegnamento di Chimica Fisica I con Laboratorio

### 3. Esempi di esercizi d'esame/fogli di esercizi

Sono riportati di seguito alcuni esempi di esercizi d'esame forniti dai docenti e dalle docenti del corso e svolti negli ultimi anni accademici.

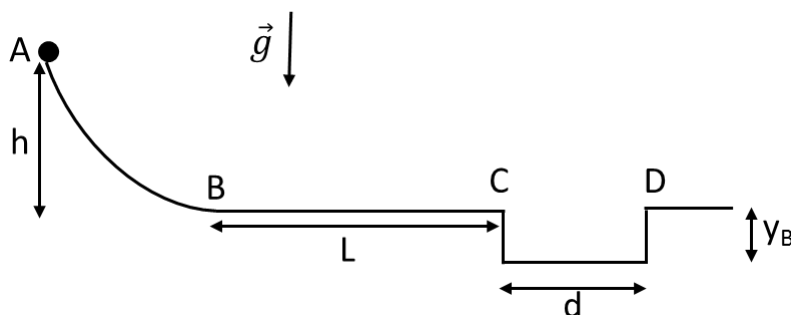
# FISICA 1 PER CHIMICA, ESAME DEL 22-01-2019

Canali Bove-De Luca-Trotta

Nome e cognome: ..... Matricola: .....

## ESERCIZIO A

Una pallina (punto materiale), partendo da ferma da un'altezza  $h$ , scivola lungo il pendio AB disegnato in figura. Tale pendio è seguito da un tratto BC orizzontale di lunghezza  $L=1$  m e da una buca profonda  $y_B = 50$  cm e lunga  $d=4$  m. Sapendo che solamente il tratto BC è caratterizzato da un coefficiente di attrito dinamico  $\mu_d=0.2$ , calcolare:

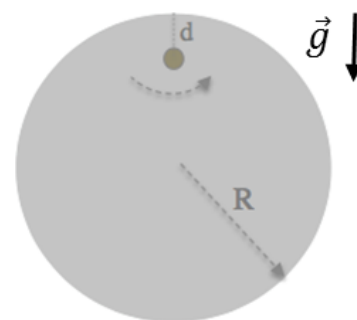


- 1) La velocità con cui la pallina arriva in C quando parte da un'altezza  $h = 1.0$  m
- 2) Da quale altezza  $h$  deve partire la pallina affinché essa possa raggiungere l'altra sponda della buca (D) dopo un solo rimbalzo perfettamente elastico.

## ESERCIZIO B

Un disco omogeneo di massa  $M=200$  g e raggio  $R=10$  cm può ruotare senza attrito in un piano verticale intorno a un asse orizzontale di sezione trascurabile. L'asse di rotazione è posto a una distanza  $d= R/3$  dal bordo del disco. Calcolare:

- 1) la massima variazione dell'energia potenziale del disco durante la rotazione.
- 2) la velocità angolare minima  $\omega$  del disco quando la sua velocità angolare massima è  $\Omega=25$  rad/s.



Il momento d'inerzia del disco rispetto a un asse passante per il centro di massa e perpendicolare al piano del disco è  $I = \frac{1}{2}MR^2$

**È permessa la consultazione dei libri di testo ma non di eserciziari e appunti.**

**È obbligatorio spegnere i cellulari.**

**Riportare nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio. Il tempo massimo per la consegna del compito completo è di 2 ore.**

# FISICA 1 PER CHIMICA

## ESAME DEL 10-07-2020 TUTTI I CANALI

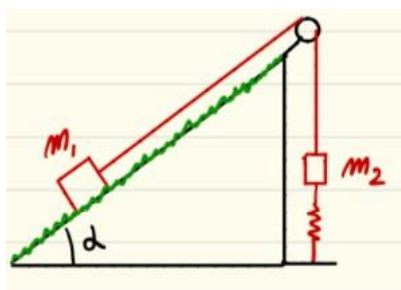
### Esercizio 1

Un punto materiale di massa  $m_1 = 5.5$  kg giace su un piano inclinato ( $\alpha = 30^\circ$ ) scabro. I coefficienti di attrito statico e dinamico tra piano e punto materiale sono rispettivamente  $\mu_s = 0.56$  e  $\mu_d = 0.26$ . Il punto è collegato tramite un filo inestensibile e una carrucola ideale ad un secondo punto materiale di massa  $m_2 = 1.2$  kg che si trova agganciato ad una molla fissata al pavimento di costante elastica  $k = 50$  N/m. Nella posizione di equilibrio, come in figura, si osserva un allungamento della molla pari a  $\Delta x = 0.15$  m. Calcolare:

- La tensione del filo inestensibile (3 punti)
- Il modulo della forza di attrito statico (3 punti)

Ad un certo istante la molla viene sganciata, in questo caso calcolare

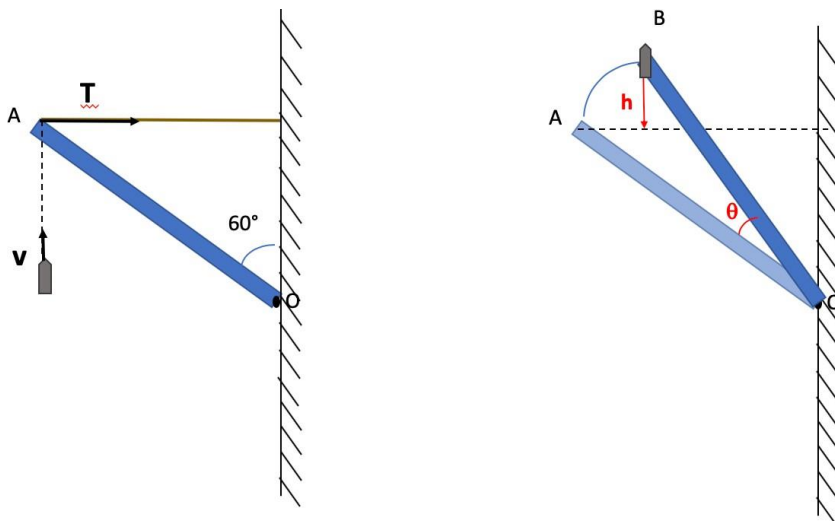
- L'accelerazione del sistema e il nuovo valore della tensione del filo (4 punti)



### Esercizio 2

Una sbarretta di massa  $M=1$  kg lunga  $L=1$  m è libera di ruotare intorno a un perno  $O$  passante per un suo estremo come in figura, ed è inizialmente tenuta ferma da una corda fissata alla parete cui forma un angolo di  $60^\circ$ . Un proiettile di massa  $0.1$  kg urta la sbarretta nel suo estremo con una velocità  $v=7.5$  m/s bruciando istantaneamente la corda e conficcandosi nella sbarretta. Calcolare

- La tensione esercitata dalla corda in  $A$  prima dell'urto col proiettile (3 punti)
- La velocità angolare con cui il sistema proiettile e sbarretta partono dal punto  $A$  dopo l'urto (3 punti)
- L'altezza massima raggiunta dal proiettile conficcato e dall'estremo  $A$  della sbarretta prima di ricadere sotto l'effetto della gravità. (4 punti)





### Esercizio 3

L'arrivo delle telefonate al centralino di una azienda è casuale con un tasso medio definito. Se la probabilità che in un secondo non arrivino telefonate è  $p=0.140$ , calcolare:

- a) la probabilità che non arrivino telefonate in  $t=4$  s. (5 punti)
- b) la probabilità di avere più di una telefonata in  $t=3$  s. (5 punti)

È permessa la consultazione dei libri di testo.

Il tempo massimo per la consegna del compito completo è di 2 ore.

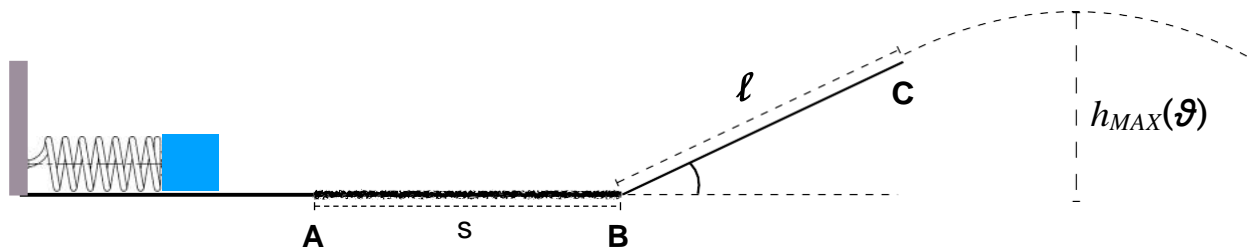
# FISICA 1 PER CHIMICA

## ESAME DEL 12-02-2021

Nome e Cognome: ..... Matricola: .....

### Esercizio 1

Un cubetto puntiforme di massa  $m = 0.2$  Kg avente velocità iniziale nulla e posto su un piano orizzontale, è a contatto con l'estremità di una molla, con costante elastica  $k = 80$  N/m, compressa di 3 cm rispetto alla sua posizione di equilibrio. Quando la molla è lasciata libera, il cubetto viene lanciato lungo il percorso disegnato in figura dove attraversa una regione AB del piano non ben levigata di lunghezza  $s = 1.1$  m e coefficiente di attrito dinamico  $\mu_d = 0.0051$ . In seguito risale lungo un piano inclinato BC di lunghezza  $l = 0.5$  m che forma un angolo  $\theta$  con il piano orizzontale.



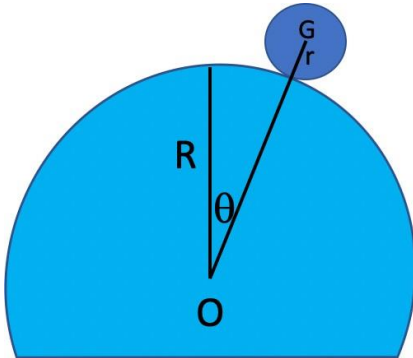
Considerando che in ogni fase del percorso il punto materiale è soggetto alla forza di gravità con costante  $g = 980.4$  cm/s<sup>2</sup>, si calcoli

- La velocità del cubetto all'inizio (A) della regione non levigata del piano e la velocità alla fine (B) di essa (3 punti)
- Il modulo della velocità del cubetto al termine del piano inclinato (C) espressa in funzione dell'angolo di inclinazione  $\theta$  (3 punti)
- L'angolo massimo  $\theta^*$ , espresso in gradi, che permetta al cubetto di raggiungere l'estremità C del piano inclinato (si usi l'approssimazione  $\sin(x) \approx x$  per  $x \ll 1$ ) (1 punto)
- La legge oraria che per  $\theta < \theta^*$  descriva il moto del cubetto proiettato nel vuoto al termine del piano inclinato e l'altezza massima,  $h_{MAX}(\theta)$ , rispetto al piano orizzontale di partenza, raggiunta per ogni inclinazione  $\theta < \theta^*$  del piano BC. (3 punti)

## Esercizio 2

Si consideri una guida sferica di raggio  $R$  e centro  $O$  posizionata in un piano verticale sulla quale rotola senza strisciare una palla di raggio  $r$  e massa  $m$

La palla è inizialmente ferma alla sommità della guida e, a seguito di una piccola perturbazione, comincia a muoversi verso destra (vedere figura). Sia  $\theta$  l'angolo formato dalla retta che unisce  $O$  con il centro di massa  $G$  della palla, e la direzione verticale.



Determinare:

- La velocità del centro di massa della palla in funzione di  $\theta$  (4 punti)
- Il valore della reazione normale della guida in funzione di  $\theta$  (3 punti)
- L'angolo  $\theta$  di distacco (3 punti)

## Esercizio 3:

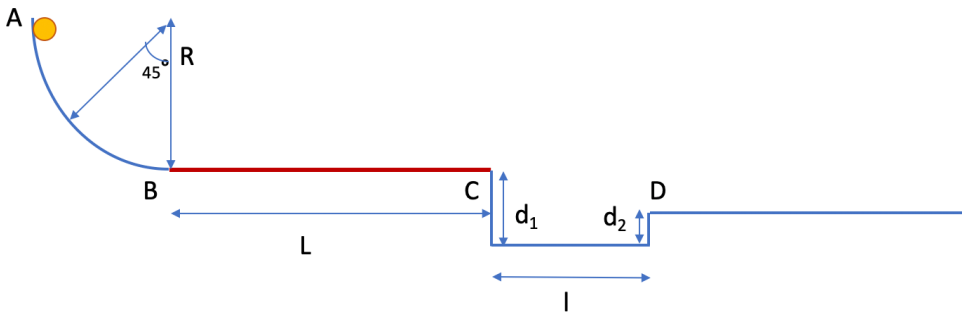
Un maratoneta professionista conclude una gara con un tempo  $T_1 = 2\text{h } 22\text{ min } 30\text{ s}$  pari a  $8550\text{ s}$ . Per i tempi di arrivo dei concorrenti si può assumere una distribuzione normale con  $T$  medio  $= 7913\text{ s}$  e deviazione standard  $\sigma = 590\text{ s}$ . Determinare:

- Quale frazione di partecipanti ha ottenuto un tempo più alto di  $T_1$ ? (3 punti)
- Se 3000 atleti hanno concluso la gara, a che posizione all'incirca corrisponde il tempo  $T_1$ ? (4 punti)
- Nella gara femminile un'atleta ha ottenuto un tempo  $T_2 = 2\text{ h } 32\text{ min} = 9120\text{ s}$ . Se il tempo medio della gara femminile era di  $T'$  medio  $= 8861\text{ s}$  con una deviazione standard  $\sigma' = 800\text{ s}$ , chi dei due atleti si è piazzato meglio relativamente alla sua categoria? (4 punti)

## ESONERO DEL 30-04-2021

### Esercizio 1

Una pallina (punto materiale) di massa 1 Kg, partendo con velocità  $v_A=1$  m/s, scivola senza attrito lungo il pendio circolare AB di raggio  $R=2$  m disegnato in figura. Tale pendio è seguito da un tratto BC orizzontale di lunghezza  $L=4$  m caratterizzato da un coefficiente di attrito dinamico  $\mu_d=0.1$  e da una buca asimmetrica di profondità  $d_1 = 1$  m sul lato sinistro e  $d_2=0.2$  m sul lato destro e lunga  $l=2$  m (si veda figura).



Calcolare:

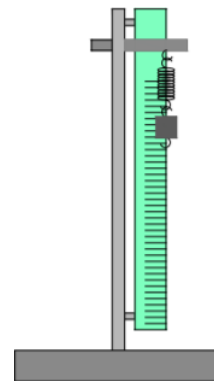
1. La velocità della pallina in B (5 punti)
2. La reazione della guida quando la pallina si trova giusto a metà della guida circolare (ovvero ha percorso un angolo  $\theta$  di 45 gradi) (5 punti)
3. La velocità della pallina in C (5 punti)
4. Se la pallina supera il dislivello e arriva sul tratto DE (giustificare) (5 punti)

### Esercizio 2

Si vuol determinare la costante elastica di una molla tramite la misura del suo periodo di oscillazione sfruttando la relazione  $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ , valida per piccole oscillazioni.

La molla è messa in oscillazione tramite una massa  $m=314,5 \pm 1,4$  g. Per minimizzare le incertezze sul periodo si effettuano  $N=10$  misurazioni del periodo totale di 5 oscillazioni, come in tabella, con un cronometro di sensibilità 0.01 s:

$T_{tot}$ di 5 oscill.	2,94 s
$T_{tot}$ di 5 oscill.	2,90 s
$T_{tot}$ di 5 oscill.	2,90 s
$T_{tot}$ di 5 oscill.	2,83 s
$T_{tot}$ di 5 oscill.	2,88 s
$T_{tot}$ di 5 oscill.	2,88 s
$T_{tot}$ di 5 oscill.	2,84 s
$T_{tot}$ di 5 oscill.	2,89 s
$T_{tot}$ di 5 oscill.	2,88 s
$T_{tot}$ di 5 oscill.	3,04 s



- a) Fornire una stima di  $K$  con la sua incertezza (7 punti)
- b) Confrontare il valore ottenuto per la costante della molla con il valore dichiarato dal costruttore  $k=44.3$  N/m (3 punti).

# FISICA 1 PER CHIMICA

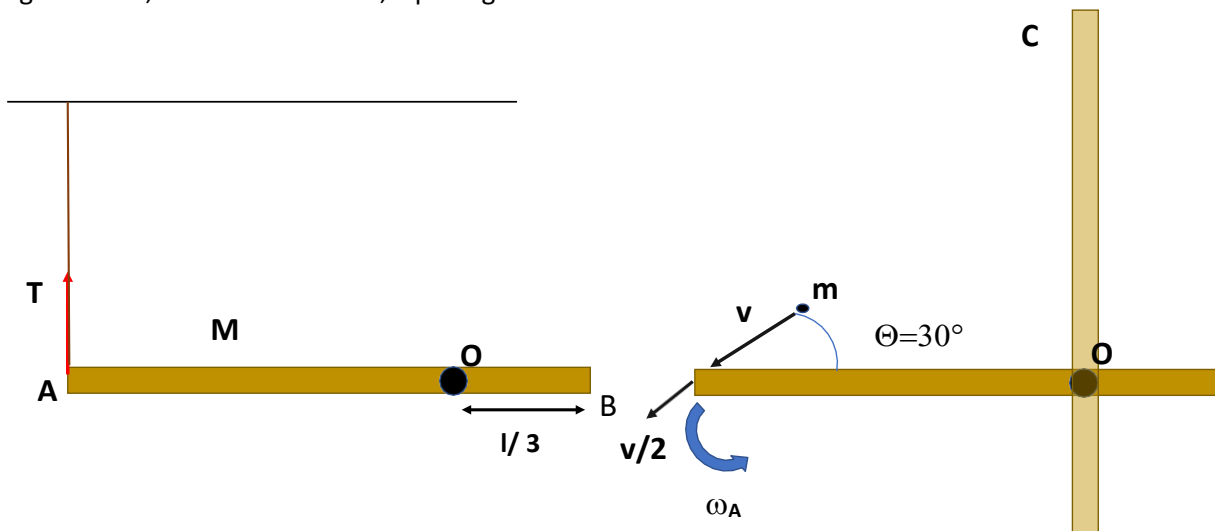
## ESONERO DEL 04-06-2021

Canale: Bove

Nome e Cognome:..... Matricola: .....

### Esercizio 1

Una sbarretta di massa  $M=1$  kg lunga  $l= 1$  m è libera di ruotare nel piano verticale intorno a un perno  $O$  che si trova a  $l/3$  da un suo estremo (vedi figura). La sbarretta è inizialmente tenuta in equilibrio da una corda ancorata al soffitto. In un secondo momento un proiettile di massa  $m=0.2$  kg urta al suo bordo in  $A$  con un angolo di  $30^\circ$ , bruciando la corda, e proseguendo il suo moto sulla stessa traiettoria con velocità dimezzata.



Calcolare:

- La tensione esercitata dalla corda in  $A$  prima dell'urto col proiettile (5 punti)
- La velocità angolare  $\omega_A$  con cui la sbarretta si mette in moto, in funzione della velocità  $v$  del proiettile (5 punti)
- La velocità minima  $v_{\min}$  che il proiettile deve avere affinché la sbarretta faccia un giro completo (5 punti)
- Nel caso che la velocità del proiettile corrisponda a  $v_{\min}$ , calcolare la velocità tangenziale dell'estremo  $A$  della sbarretta dopo che essa ha ruotato di  $\pi/2$ . (5 punti)

### Esercizio 2

Il numero di contatti (hit) ricevuti da un sito web è casuale con un tasso medio definito. Se la probabilità che in 1 min non ci siano contatti è 5%, calcolare:

- la probabilità che ci siano 2 hit in 1 min. (3 punti)
- la probabilità di avere almeno 3 hit in 2 min. (2 punti)
- il numero di hit attesi in un'ora (2 punti)
- la probabilità di avere più di 200 hits in un'ora (3 punti)

<b>Fisica II</b>	
<b>CdS</b>	<b>L-27 Scienze Chimiche</b>
CFU	9
ore	88
Semestre	I
Anno	II
Numero medio di studenti	250
Canalizzazione	Sì (3 canali)
Referente del Gruppo di Lavoro	Paola Leaci

## 1. RESOCONTO

### Calendario degli incontri

17.02.2022 Incontro tra i docenti degli Insegnamenti di Base e la Presidente del CAD per confrontarsi sui programmi e stilare le schede.

### Criticità emerse

In ingresso, si riscontrano più frequentemente le seguenti criticità: scarsa conoscenza dell'algebra lineare, difficoltà nell'utilizzo del calcolo differenziale ed integrale e nella comprensione ed impiego delle unità di misura, lacune rilevanti in riferimento alla meccanica classica ed una scarsa capacità nell'utilizzo degli strumenti matematici.

Ai fini del superamento dell'esame, le maggiori difficoltà si riscontrano per quegli studenti che tendono ad imparare tutto mnemonicamente, trovando quindi dei grossi impedimenti nell'applicare quanto apparentemente appreso per lo svolgimento di esercizi.

### Azioni correttive proposte

Per risolvere le criticità in ingresso, risulta indispensabile richiamare tutte quelle competenze che dovrebbero essere parte dei prerequisiti sopra elencati, soprattutto in corrispondenza della trattazione di argomenti per i quali queste risultino propedeutiche.

Per quelle relative al superamento dell'esame, risulta essenziale dedicare una quantità di tempo adeguata alle ore di esercitazione.

### Buone pratiche

Si ribadisce quanto sia fondamentale il coinvolgimento degli studenti nello svolgimento degli esercizi in aula. Risulta utile anche l'assegnazione periodica di esercizi, da svolgere comunque in aula, dato che non tutti si cimenteranno nel provare a risolverli singolarmente. Durante la risoluzione è opportuno commentare su quanta attenzione si debba prestare alla lettura del testo,

esplicitando tutte le informazioni note, sul perché si scelga un dato approccio risolutivo e quali siano i punti chiave da considerare per lo svolgimento in questione, nonché per una corretta e completa esposizione quantitativa.

### Note e commenti

### Programma concordato

#### PROGRAMMA DETTAGLIATO

**Elettrostatica nel vuoto:** Interazioni elettriche e carica elettrica. Induzione elettrostatica. Legge di Coulomb. Campo elettrostatico (varie configurazioni). Linee di forza. Strato uniformemente carico. Doppio strato. Moto di una carica in un campo elettrostatico. Potenziale ed energia potenziale elettrostatica. Superfici equipotenziali. Dipolo elettrico: forze ed energia in un campo esterno. Teorema di Gauss: sue applicazioni nei casi di simmetria sferica, cilindrica e piana. La divergenza del campo elettrostatico. Conduttori ideali (potenziale e distribuzione di carica). Teorema di Coulomb. Schermo elettrostatico. Condensatori (serie e parallelo). Capacità di un conduttore e di un condensatore (caso sferico, cilindrico e piano). Energia di un condensatore. Densità di energia elettrostatica.

**Dielettrici:** La costante dielettrica. Polarizzazione dei dielettrici. Equazioni generali dell'elettrostatica in presenza di dielettrici. Meccanismi di polarizzazione di molecole in gas, liquidi e solidi (cenni).

**Corrente elettrica:** Densità ed intensità di corrente. Legge di Ohm in forma integrale e locale. Resistenza e resistività. Modello classico della conduzione elettrica. Mobilità di cariche elettriche in vari conduttori: resistività e temperatura in metalli e semiconduttori. Superconduttori. Resistenze in serie e in parallelo. Potenza dissipata. Forza elettromotrice. Carica e scarica di un condensatore. Corrente di spostamento. Leggi di Kirchhoff per le reti elettriche. Misure di intensità di corrente e di differenze di potenziale.

**Campo magnetico costante nel vuoto:** Magneti permanenti. Eletticità e magnetismo. Forza di Lorentz. Forza magnetica su un conduttore percorso da corrente. Il formula di Laplace. Forze su una spira in un campo magnetico. Momento magnetico di una spira. Energia di una spira in un campo magnetico. Teorema di equivalenza di Ampère. Moto di una particella in un campo magnetico costante. Legge di Biot e Savart. I formula di Laplace. Campo magnetico di una spira sul proprio asse. Forze fra fili percorsi da correnti. Teorema della circuitazione di Ampère. Solenoide indefinito. Solenoide toroidale.

**Materiali Magnetici:** Permeabilità e suscettività magnetica. Meccanismi di magnetizzazione. La legge di Gauss per il campo magnetico. Equazioni generali della magnetostatica. Le sostanze diamagnetiche, paramagnetiche, ferromagnetiche (gas, liquidi e solidi).

**Campi elettrici e magnetici variabili nel tempo:** Esperienze di Faraday. Legge di Faraday-Neumann-Lenz in forma integrale e differenziale. Campo elettrico generalizzato. Coefficiente di autoinduzione. Circuito RL in chiusura ed apertura. Energia di una induttanza. Densità di energia del campo magnetico. Legge di AmpèreMaxwell. Equazioni di Maxwell in forma integrale e differenziale.

**Onde elettromagnetiche e ottica fisica:** Onde piane. Onde piane sinusoidali. Vettore di Poynting. Intensità media di un'onda. Polarizzazione delle onde elettromagnetiche. Spettro delle onde

elettromagnetiche. Luce e indice di rifrazione. Principio di Huygens-Fresnel. Riflessione, rifrazione, dispersione. Polarizzazione per riflessione, per assorbimento selettivo e per diffusione. Rifrazione anomala e attività ottica. Interferenza di Young e da lamine sottili. Diffrazione di Fraunhofer e Fresnel. Il reticolo di diffrazione.



## 2. TABELLA SYLLABUS

### 6. Elettrostatica nel vuoto

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Gradiente di uno scalare, divergenza e rotore di un vettore		X		
Integrale di linea e definizione di flusso		X		
Teorema di Stokes e della divergenza	X (argomenti svolti in Ist. Mat II)	X (ripresi da Fis II e Chim Fis II)	Fisica II e Chimica Fisica II	
Campi conservativi e campi solenodiali		X		
Cariche elettriche, legge di Coulomb, principio di sovrapposizione		X		
Teorema di Gauss, prima equazione di Maxwell		X		
Determinazione del campo elettrico per distribuzioni di carica planari, cilindriche e sferiche		X		
Potenziale elettrico, terza equazione di Maxwell, equazione di Poisson		X		
Lavoro ed energia potenziale		X		
Dipolo		X		
Energia elettrostatica di un sistema di cariche (discreto o continuo)		X		

### 7. Conduttori

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Proprietà dei conduttori: induzione, schermo elettrostatico, teorema di Coulomb		X		
Capacità di un conduttore		X		
Condensatori (serie e parallelo), energia elettrostatica		X		

Metodo delle cariche immagine				X
-------------------------------	--	--	--	---

### 8. Elettrostatica in presenza di dielettrici

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Cenni ai meccanismi di polarizzazione		X		
Polarizzazione dei dielettrici		X		
Equazioni generali dell'elettrostatica in presenza di dielettrici		X		
Dielettrici omogenei ed isotropi				X
Separazione tra due dielettrici				X

### 9. Corrente elettrica stazionaria

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Densità ed intensità di corrente		X		
Equazione di continuità e corrente stazionaria		X		
Modello classico della conduzione elettrica		X		
Legge di Ohm, resistenza (serie e parallel)		X		
Leggi di Kirchoff		X		
Legge di Joule		X		
Forza elettromotrice		X		
Carica e scarica di un condensatore		X		

### 10. Magnetostatica nel vuoto

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Forza di Lorentz		X		
Moto di una particella carica in campo magnetico costante		X		
Forza agente su un circuito percorso da corrente (seconda formula di Laplace).		x		
Legge di Biot-Savart (prima formula di Laplace).		x		

Forza tra fili rettilinei		X		E' probabile che non sia fondamentale per Scienze Chimiche. E' utile per chiarire altri argomenti attraverso esercizi
Definizione di potenziale vettore, seconda equazione di Maxwell.		X		E' probabile che non sia fondamentale per Scienze Chimiche. E' utile per chiarire altri argomenti attraverso esercizi
Teorema della circuitazione di Ampere (forma integrale e differenziale)		X		

#### 11. Magnetismo nella materia

	Prerquisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Permeabilità e suscettività magnetica		X		
Meccanismi di magnetizzazione		X		
Equazioni generali della magnetostatica		X		
Le sostanze diamagnetiche, paramagnetiche, ferromagnetiche		X		

#### 12. Campi elettrici e magnetici variabili nel tempo

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Esperienze di Faraday. Legge di Lenz		X		E' possibile eliminare questo argomento senza che l'insegnamento di Fisica II perda di significato?

Terza equazione di Maxwell		X		E' possibile eliminare questo argomento senza che l'insegnamento di Fisica II perda di significato?
Mutua induttanza e autoinduttanza		X		E' possibile eliminare questo argomento senza che l'insegnamento di Fisica II perda di significato?
Circuito RL in chiusura ed apertura		X		E' possibile eliminare questo argomento senza che l'insegnamento di Fisica II perda di significato?
Energia di una induttanza		X		E' possibile eliminare questo argomento senza che l'insegnamento di Fisica II perda di significato?
Densità di energia del campo magnetico		X		E' possibile eliminare questo argomento senza che l'insegnamento di Fisica II perda di significato?
Quarta equazione di Maxwell e corrente di spostamento		X		E' possibile eliminare questo argomento senza che l'insegnamento di Fisica II perda di significato?
Circuito LC libero		X		E' possibile eliminare questo argomento senza che l'insegnamento di Fisica II perda di significato?

### 13. Onde elettromagnetiche e ottica fisica

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Onde sonore				x

L'effetto Doppler				(viene trattato in Chim Fis III con Lab (spettroscopia))
Sovrapposizione e interferenza		X	Spettroscopia	
Onde stazionarie		X	Spettroscopia	
Onde elettromagnetiche e polarizzazione		X	Spettroscopia	
Spettro delle onde elettromagnetiche		X	Spettroscopia	
Luce e indice di rifrazione		X	Spettroscopia	
Principio di Huygens-Fresnel		X	Spettroscopia	
Riflessione, rifrazione, dispersione		X	Spettroscopia	
Lenti e equazioni delle lenti sottili				x
Diffrazione di Fraunhofer e Fresnel		X	Spettroscopia	
Il reticolo di diffrazione.		X	Spettroscopia	

#### 14. Relatività ristretta

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Trasformazioni di Galileo e di Lorentz				X
Postulati della relatività ristretta				X
Legge di composizione delle velocità				X

#### 15. Altro argomento da segnalare

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario

### 3. Esempi di esercizi d'esame/fogli di esercizi

Sono riportati di seguito alcuni esempi di esercizi d'esame forniti dai docenti e dalle docenti del corso e svolti negli ultimi anni accademici.

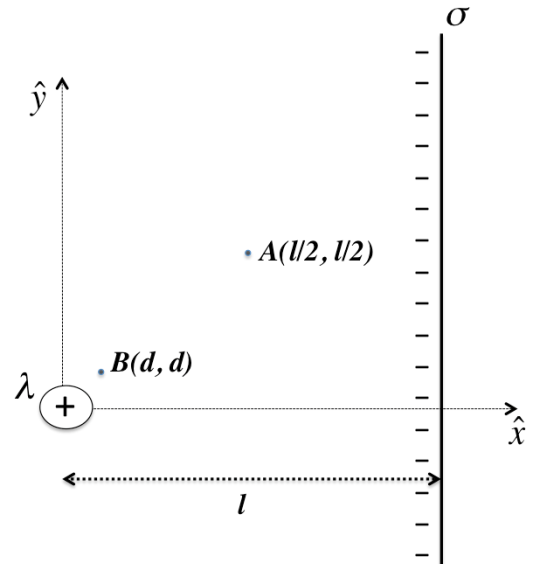
- **TEMPO A DISPOSIZIONE PER LO SVOLGIMENTO: 2h**
- **Non è permesso l'utilizzo di libri o appunti**

**ESERCIZIO 1**

Un filo isolante rettilineo indefinito, perpendicolare al piano  $xy$  e posto nell'origine, viene caricato con una distribuzione uniforme di carica positiva, avente densità lineare  $\lambda = 200 \text{ nC/m}$ . Un piano parallelo all'asse  $y$ , che si trova a distanza  $l = 3 \text{ cm}$  dal filo, viene caricato invece negativamente con una distribuzione uniforme di densità superficiale  $\sigma = -2 \text{ }\mu\text{C/m}^2$  (si veda figura).

Si chiede di:

- derivare le espressioni del campo elettrostatico prodotto dal filo indefinito e dal piano indicati in figura;
- calcolare il modulo del campo elettrostatico nel punto  $A(l/2, l/2)$ ;
- calcolare la differenza di potenziale elettrostatico tra il punto  $B(d, d)$ , con  $d = 2 \text{ mm}$ , ed il punto  $A(l/2, l/2)$ .



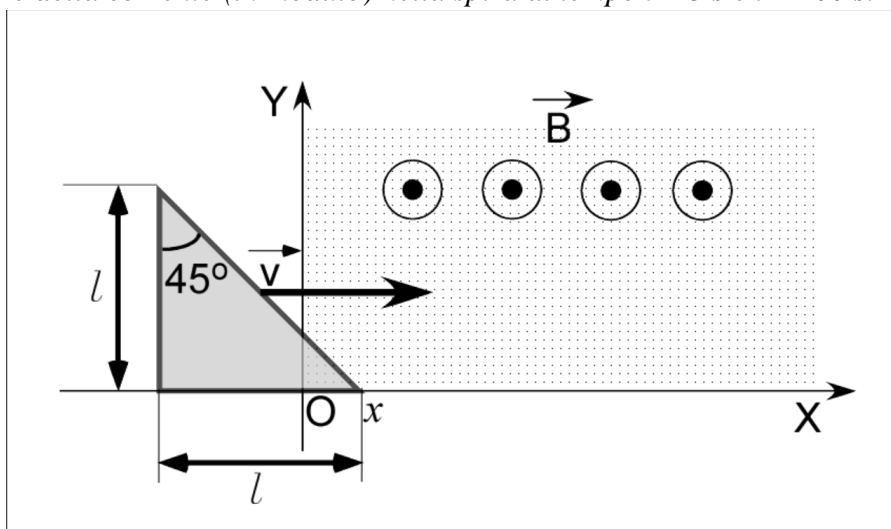
Si ricordi che il valore della costante dielettrica nel vuoto è  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$ .

**ESERCIZIO 2**

Un spira conduttrice di resistenza totale  $R = 1 \text{ Ohm}$ , avente la forma di un triangolo rettangolo isoscele di lato  $l = 1 \text{ m}$ , giace sul piano  $xy$  e si muove lungo l'asse  $x$  con velocità costante  $v = 0.1 \text{ m/s}$ , come mostrato in figura. All'istante  $t = 0$  inizia ad entrare in una zona di spazio in cui è presente un campo magnetico  $B = 1 \text{ T}$ , uniforme e ortogonale al piano della spira.

Calcolare:

- l'espressione del flusso del campo magnetico che attraversa la spira, in funzione del tempo;
- l'espressione della corrente che fluisce nella spira, in funzione del tempo;
- il valore della corrente (in modulo) nella spira al tempo  $t = 5 \text{ s}$  e  $t = 100 \text{ s}$ .



## SOLUZIONI

### ESERCIZIO 1

a) I campi elettrostatici prodotti dal filo indefinito e dal piano (indicati nella figura di cui sopra) si ricavano entrambi utilizzando la legge di Gauss.

(-) Nel primo caso ci avvaliamo dell'analogia con un cilindro di altezza  $h$ , il cui unico contributo viene dalla superficie laterale, la cui normale è parallela al campo elettrostatico generato dal cilindro stesso in un punto distante  $r$  dal proprio asse.

Pertanto, il campo elettrostatico prodotto da un filo indefinito risulta pari a

$$\Phi(E) = \int \vec{E}_{filo} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = \frac{q_{tot}}{\epsilon_0} \Rightarrow E_{filo} 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \Rightarrow E_{filo} = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0} \hat{r} = \frac{\lambda}{2\pi r^2 \epsilon_0} r, \vec{r}$$

dove la carica totale contenuta entro la superficie  $\Sigma$  risulta pari a  $q_{tot} = \lambda h$ .

(-) Il campo elettrostatico prodotto dal piano si ottiene considerando come superficie a cui applicare la legge di Gauss una scatola cilindrica con basi  $\Sigma'$  parallele ad esso, in maniera tale che il flusso sia

$$\Phi(E) = 2\Sigma' E_{piano},$$

dato che ora il contributo attraverso la superficie laterale è nullo, dato che il campo elettrostatico prodotto da un piano è perpendicolare ad esso. Pertanto, si ha

$$2\Sigma' E_{piano} = \frac{\sigma \Sigma'}{\epsilon_0} \Rightarrow E_{piano} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0},$$

dove  $\sigma \Sigma'$  è la carica totale contenuta nella scatola cilindrica.

b) Il campo elettrostatico totale in  $A$  è dato dalla sovrapposizione di quello generato dal filo indefinito e dal piano, ossia:

$$E(A) = E_{filo}(A) + E_{piano}(A),$$

con

$$\vec{E}_{piano}(A) = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} \hat{x},$$

mentre

$$\vec{E}_{filo}(A) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r_{OA}^2} \vec{r}_{OA} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{l}{l^2} \frac{1}{2} (\hat{x} + \hat{y}) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 l} (\hat{x} + \hat{y}),$$

avendo indicato con  $r_{OA}$  la distanza tra l'origine  $O(0,0)$  ed il punto  $A(l/2, l/2)$ .

Pertanto, il campo elettrostatico totale in A è pari a

$$\vec{E}(A) = \left( \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 l} + \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} \right) \hat{x} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 l} \hat{y} = E_x(A)\hat{x} + E_y(A)\hat{y}.$$

Quindi il suo modulo è

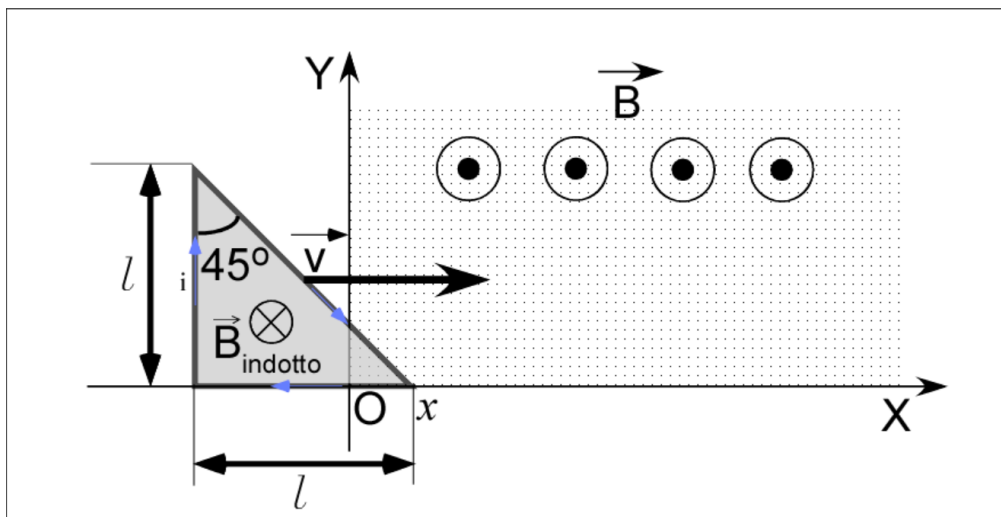
$$E(A) = \sqrt{E_x^2(A) + E_y^2(A)} = 2.6 \times 10^5 \text{ N/C}.$$

c) La differenza di potenziale elettrostatico tra il punto  $B(d, d)$  ed il punto  $A(l/2, l/2)$  è data da

$$\begin{aligned} V(B) - V(A) &= \int_B^A (\vec{E}_{filo} + \vec{E}_{piano}) \cdot d\vec{s} = \int_{r_{OB}}^{r_{OA}} \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0} \hat{r} \cdot d\vec{r} + \int_{x_{piano,B}}^{x_{piano,A}} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{x} \cdot dx \hat{x} = \\ &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} [\ln r]_{\sqrt{2}d}^{l/\sqrt{2}} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} [x]_{l-d}^{l/2} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{l}{2d} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( \frac{l}{2} - \frac{l}{2} \right) = 8.7 \text{ kV}, \end{aligned}$$

dove si sono integrati i due campi elettrostatici lungo le rispettive linee di forza e si sono indicate con  $r_{OB}$  la distanza tra il filo posto nell'origine  $O(0,0)$  ed il punto  $B(d, d)$ ,  $x_{piano,B}$  e  $x_{piano,A}$  le distanze, rispettivamente, tra il piano e punti  $B$  ed  $A$ .

## ESERCIZIO 2



a) Quando la spira triangolare inizia ad entrare nella zona dove è presente il campo magnetico, il flusso  $\Phi(\mathbf{B})$  attraverso la superficie che racchiude comincia a crescere. Identificando con  $x=vt$  la coordinata del vertice del triangolo che sta entrando nella zona con  $B$  uniforme, l'area  $\Sigma(t)$  della spira attraversata da  $B$  ad ogni istante è data da:

$$\Sigma(t) = \frac{1}{2} x^2 = \frac{1}{2} (vt)^2.$$



Quindi possiamo scrivere:

$$\Phi(B) = B \Sigma(t) = B \frac{1}{2}(vt)^2.$$

*b)* Questo flusso aumenterà man mano che la spira entra nella zona con  $B$  uniforme. Quando la spira è del tutto entrata nella zona dove è presente il campo  $B$ , non si avrà più alcuna variazione di flusso e quindi nella spira non scorrerà più corrente.

L'espressione della corrente nella spira è data dalla legge di Faraday - Neumann - Lenz:

$$i = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi(B)}{dt} = -\frac{1}{R} B \frac{1}{2} 2v^2 t = -\frac{1}{R} B v^2 t,$$

dove il segno "-" indica che la corrente scorre in verso orario, rispetto al verso positivo di  $B$  (al passare del tempo il flusso aumenta, quindi la corrente indotta deve generare un campo  $B_{\text{ind}}$  di verso opposto a  $B$ ).

*c)* Al tempo  $t = 5 \text{ s}$  la spira è entrata soltanto per metà nella zona con il campo magnetico:  $x = vt = 0.1 * 5 = 0.5 \text{ m}$  e la corrente in questo caso avrà il valore, in modulo:

$$|i(5 \text{ s})| = 0.05 \text{ A}.$$

Al tempo  $t = 100 \text{ s}$  la spira è già entrata completamente nella zona con  $B$ , e quindi è  $i = 0$ .

## Istituzioni di Matematica I

<b>CdS</b>	<b>L-27 Scienze Chimiche</b>
CFU	12
ore	120
Semestre	I
Anno	I
Numero medio di studenti	500
Canalizzazione	Sì (4 canali)
Referente del Gruppo di Lavoro	Eugenio Montefusco, Vincenzo Nesi, Luigi Orsina, Nunzio Emanuele Spadaro

### 1. RESOCONTO

#### Calendario degli incontri

17.02.2022 Incontro tra i docenti degli Insegnamenti di Base e la Presidente del CAD per confrontarsi sui programmi e stilare le schede.

#### Criticità emerse

In ingresso, si registra come molti studenti e molte studentesse non possiedano un'adeguata conoscenza della matematica di base o del concetto di dimostrazione e di come questo sia fondamentale per convincersi della veridicità di una affermazione.

Sulla base di queste premesse, la maggior parte degli studenti ha grandi difficoltà nell'affrontare gli esami scritti in un'unica prova. La percentuale nettamente maggioritaria di coloro che superano l'esame lo fa attraverso il meccanismo delle tre prove in itinere.

#### Azioni correttive proposte

Lo svolgimento delle prove in itinere è una delle possibili azioni correttive. Infatti, costringe lo studente a mantenere un certo ritmo di studio e il docente a disciplinare con attenzione ore di teoria e ore di esercitazione.

Si suggerisce che i docenti dei diversi canali abbiano un unico sito e-learning con gli stessi esercizi, che agli studenti vengano proposti gli stessi esercizi settimanalmente e che un congruo numero di ore sia dedicato agli esercizi per ottenere un livello di preparazione adatto a sostenere le prove scritte.

Tutoraggio dedicato principalmente allo svolgimento degli esercizi.

#### Buone pratiche

Un esperimento molto apprezzato è quello di proporre settimanalmente un test di circa 5 minuti in classe. 4 o 5 domande alle quali rispondere online. A titolo di esempio, sullo schermo si visualizzano i grafici di alcune funzioni e si deve rispondere a domande del tipo: La funzione è iniettiva? È crescente? È continua?

I 4 docenti in parallelo hanno quasi sempre registrato che la domanda per la quale le risposte erano meno soddisfacenti, non era la stessa per tutti i docenti. Ognuno, quindi, concentrava i propri commenti su quella in cui, la sua classe, aveva registrato le maggiori difficoltà.

### Note e commenti

### Programma concordato

- 1) I numeri reali e le loro proprietà
- 2) Funzioni elementari e loro proprietà
- 3) Successioni e serie numeriche.
- 4) Limiti di funzioni e continuità.
- 5) Derivate. Massimi e minimi locali e globali. Ordine di infinitesimo e di infinito. Teorema di de L'Hopital.
- 6) Sviluppo di funzioni elementari con la formula di Taylor, espressioni del resto e applicazioni.
- 7) Il calcolo di aree. Integrale di Riemann. Funzioni integrali e funzioni primitive: il Teorema fondamentale del calcolo integrale. Metodi di integrazione.
- 8) Cenni sui numeri complessi.
- 9) Equazioni differenziali lineari (del primo e secondo ordine, a coefficienti costanti).

## 2. TABELLA SYLLABUS.

### 1. Matematica di base

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Aritmetica	X			
Proporzioni e percentuali	X			
Equazioni di 1 e 2 grado	X			
Insiemi numerici	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Retta reale e piano cartesiano		X		
Geometria analitica nel piano e nello spazio		X		
Numeri complessi		X	Fisica II, Chimica Fisica	
Insiemistica e logica	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Dimostrazioni dirette, per assurdo e per induzione	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Combinatoria		X		

### 2. Algebra lineare

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Vettori del piano e dello spazio		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Teoria degli spazi vettoriali		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Calcolo con matrici		X	Chim Fis II, Fis I e II	

Determinante e rango		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Sistemi lineari		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Forme quadratiche				X

### 3. Funzioni

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Iniettività, suriettività, invertibilità		X	Conoscenza di base	
Operazioni elementari sui grafici		X	Conoscenza di base	
Simmetrie, periodicità		X	Conoscenza di base	
Monotonia		X	Conoscenza di base	
Funzioni affini, equazioni e disequazioni		X	Conoscenza di base	
Funzione valore assoluto		X	Conoscenza di base	
Polinomi di secondo grado	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Potenze e radici ennesime	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Potenze con esponente reale	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Esponenziali		X	Conoscenza di base	
Logaritmi	X (rivisti in Ist. Mat I)		Conoscenza di base	
Funzioni trigonometriche	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Formule trigonometriche	X (rivisti in Ist. Mat I)			

### 4. Limiti

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Concetto di limite	X	Conoscenza di base	
Limiti notevoli	X	Conoscenza di base	
Comportamento asintotico	X	Conoscenza di base	
Successioni numeriche	X	Conoscenza di base	
Serie numeriche	X	Conoscenza di base	
Asintoti	X	Conoscenza di base	
Continuità	X	Conoscenza di base	
Classificazione delle discontinuità	X	Conoscenza di base	
Teoremi sulle funzioni continue (zeri, Weierstrass)	X	Conoscenza di base	
Uniforme continuità			X
Infiniti, infinitesimi, confronto	X	Conoscenza di base	

### 5. Derivate

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Concetto di derivata	X	Conoscenza di base	
Calcolo delle derivate	X	Conoscenza di base	

Teoremi di base del Calcolo Differenziale (Fermat, Rolle, Lagrange)	X	Conoscenza di base	
Convessità e concavità	X	Conoscenza di base	
Studio di funzione	X	Conoscenza di base	
Teoremi avanzati del Calcolo Differenziale (Hopital, Taylor)	X	Conoscenza di base	

## 6. Integrali

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Integrali definiti	X	Conoscenza di base	
Funzioni integrabili	X	Conoscenza di base	
Primitive	X	Conoscenza di base	
Teorema fondamentale del calcolo integrale	X	Conoscenza di base	
Integrazione per parti	X	Conoscenza di base	
Integrazione per sostituzione	X	Conoscenza di base	
Integrazione delle funzioni razionali			X
Ulteriori metodi di integrazione			X
Volume di solidi di rotazione			X
Area di superfici di rotazione			X
Lunghezza di un grafico			X

## 7. Equazioni differenziali

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Teorema di esistenza e unicità generale	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Lineari del primo ordine	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Lineari del secondo ordine omogenee	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Lineari del secondo ordine non omogenee	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Variabili separabili	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Solo qualche esempio applicativo	X	Chim Fis e Chim. Ind.	

## 8. Biostatistica

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Eventi casuali e probabilità			X
Probabilità condizionata e formula di Bayes			X
Distribuzioni discrete			X
Distribuzioni continue			X
Legge dei grandi numeri			X
Teorema del limite centrale			X
Statistica descrittiva			X
Test statistici			X
Uso di R			X
Uso di Excel			X

## 9. Altro argomento da segnalare

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Serie e trasformate di Fourier	X	Chimica Fisica, Spettroscopia	
Analisi funzioni a più variabili (gradiente, Hessiana, integrazione, Laplaciano)	Svolto nel programma di Ist. Mat II	Fisica II, Chimica Fisica II	
Divergenza e Rotore, teorema di Stokes	Svolto nel programma di Ist. Mat II	Fisica II, Chimica Fisica II	

### 3. Esempi di esercizi d'esame/fogli di esercizi

Sono riportati di seguito alcuni esempi di esercizi d'esame forniti dai docenti e dalle docenti del corso e svolti negli ultimi anni accademici.

A seguire, i compiti di pre-esonero ed esonero del corso di Istituzioni di Matematica I del corso di Laurea in Chimica, anno accademico 2019-2020.

Docenti: Lamberto Lamberti, Vincenzo Nesi, Luigi Orsina, Emanuele Spadaro.

La struttura dei compiti è la seguente:

- primo compito di esonero (e pre-esonero): 32 domande vero/falso, suddivise in 8 gruppi da 4 domande;
- secondo e terzo compiti di esonero (e pre-esonero): 16 domande vero/falso, suddivise in 4 gruppi da 4 domande, e 2 domande aperte, ognuna con 4 domande.

Lo svolgimento degli esoneri segue questo schema:

- un compito di pre-esonero, inviato *individualmente*, una settimana prima dell'esonero, agli studenti prenotati, costruito secondo lo stesso schema del compito di esonero, con le stesse macro categorie di domande; allegate al compito, le soluzioni degli esercizi: gli studenti sono invitati a scambiarsi i compiti di pre-esonero per avere una migliore visione di insieme).
- un compito di esonero, svolto in aula; una volta corretto, il compito, le correzioni e le soluzioni vengono inviati via mail ad ogni studente.

Allo scopo di rendere i compiti il più possibile diversi tra di loro (si parla di circa 400 studenti!), le domande vero/falso, così come le domande aperte, sono randomizzate: in quasi tutti i casi, le costanti degli esercizi vengono estratte casualmente tra diverse possibilità; ad esempio, l'insieme  $E$  del primo esercizio del primo compito di pre-esonero (vedere la prossima pagina) è definito come

$$E = \{x \in \mathbb{R} : |ax - b| < c\},$$

con  $a$ ,  $b$  e  $c$  scelti casualmente tra valori differenti (nel caso dell'esercizio presente nella raccolta,  $a = 9$ ,  $b = 7$  e  $c = 4$ ).

Per ogni domanda vero/falso, sono possibili diverse alternative, in generale opposte tra loro: ad esempio, la domanda **1A** del primo compito di pre-esonero può essere " $E$  è un intervallo di  $\mathbb{R}$ " (risposta corretta: vero; questa è la domanda "selezionata" nel compito della prossima pagina), oppure " $E$  non è un intervallo di  $\mathbb{R}$ " (risposta corretta: falso); anche la scelta di una delle due (o più) possibili "varianti" è casuale.

Nelle "soluzioni" di ogni singolo compito è presentata la risoluzione di ogni possibile alternativa per le domande vero/falso (a parametri fissati)

Infine, la correzione della parte vero/falso è quasi automatizzata, scannerizzando le pagine dei compiti contenenti le caselle "annerite" con la scelta vero/falso/non risponde (tempo necessario per la correzione di 400 compiti: 2/3 ore). Per la correzione delle domande aperte, invece, si è fatto ricorso a strumenti classici (penna blu e penna rossa).

**Avvertenza:** Gli eventuali errori di assegnazione della corretta risposta vero/falso, o nella risoluzione degli esercizi, sono stati corretti volta per volta — le correzioni potrebbero non essere presenti nelle pagine che seguono.

**Istruzioni:** le prime due caselle (**V** / **F**) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "**C**" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data. Per selezionare una casella, annerirla completamente:  (non  o )

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Matricola:**

--	--	--	--	--	--	--	--

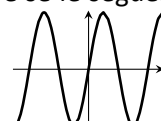
**Punteggi:** 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

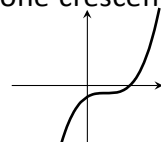
	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D	5A	5B	5C	5D	6A	6B	6C	6D	7A	7B	7C	7D	8A	8B	8C	8D
<b>V</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<b>F</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<b>C</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

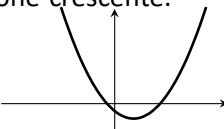
- 1)** Sia  $E = \{x \in \mathbb{R} : |9x - 7| < 4\}$ .  
**1A)**  $E$  è un intervallo di  $\mathbb{R}$ .  
**1B)**  $E$  non ammette minimo.  
**1C)** L'estremo superiore di  $E$  è 11.  
**1D)** L'insieme  $E$  contiene due punti a distanza  $\frac{8}{9}$ .

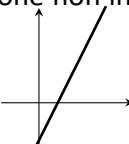
- 2)** Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.  
**2A)** Il rapporto incrementale di  $f(x) = 4x^2$  tra  $x_0 = -4$  e  $x_1 = 4$  vale 0.  
**2B)** Sia  $f$  una funzione tale che  $f(-2) = 8$  e  $f(7) = 3$ . Allora il rapporto incrementale tra i punti  $x_0 = -2$  e  $x_1 = 7$  vale  $\frac{11}{5}$ .  
**2C)** Il rapporto incrementale di  $f(x) = 4x + 7$  tra  $x_0 = -2$  e  $x_1$  tale che  $x_1 - 8 = x_0 + 7$  vale 4.  
**2D)** Il rapporto incrementale di  $f(x) = |x - 10|$  tra  $x_0 = -3$  e  $x_1 = 3$  vale  $-1$ .

**3)** Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

**3A)**  Questo è il grafico di una funzione crescente.

**3B)**  Questo è il grafico di una funzione crescente.

**3C)**  Questo è il grafico di una funzione non iniettiva.

**3D)**  Questo è il grafico di  $|2 - 2x|$ .

**4)** Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

**4A)** Se  $f(x) = 3x - 1$ , allora la controimmagine di  $y = 3$  è  $x = 8$ .

**4B)** Se  $f(x) = |x| - 5$ , la controimmagine di  $[0, 3]$  è  $[0, 8]$ .

**4C)** Se  $f(x) = 4x(6 - x)$ , allora la controimmagine di 36 è formata da un solo punto.

**4D)** Se  $f(x) = x^2 + 4$ , la controimmagine di  $[5, 8]$  è un intervallo.



**Istruzioni:** le prime due caselle (V / F) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "C" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data. Per selezionare una casella, annerirla completamente:  (non  o ).

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Matricola:**

--	--	--	--	--	--	--	--

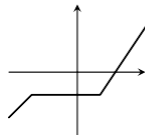
**Punteggi:** 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

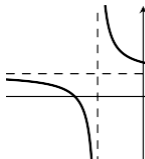
	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D	5A	5B	5C	5D	6A	6B	6C	6D	7A	7B	7C	7D	8A	8B	8C	8D
<b>V</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<b>F</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<b>C</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

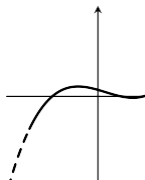
- 1) Sia  $E = \{x \in \mathbb{R} : |4x - 7| < 7\} \cup \{\frac{21}{4}\}$ .  
**1A)**  $E$  non è un intervallo.  
**1B)**  $E$  non ha minimo.  
**1C)** L'estremo inferiore di  $E$  è  $\frac{7}{2}$ .  
**1D)**  $E$  contiene due punti a distanza  $\frac{7}{2}$ .

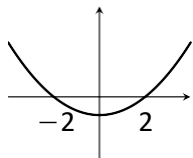
- 2) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:  
**2A)** Il rapporto incrementale della funzione  $f(x) = x^2 - 3x - 3$  tra i punti  $x_0 = -2$  e  $x_1 = 2$  vale 0.  
**2B)** Se  $f(x_0) = 10$  e  $f(x_0 + 2) = 11$ , il rapporto incrementale della funzione  $f$  tra i punti  $x_0$  e  $x_1 = x_0 + 2$  vale  $-\frac{1}{2}$ .  
**2C)** Il rapporto incrementale della funzione  $f(x) = 3x^2$  tra i punti  $x_0 = -4$  e  $x_1 = x_0 + 9$  vale 3.  
**2D)** Il rapporto incrementale della funzione  $f(x) = |x - 10|$  tra i punti  $x_0 = 7$  e  $x_1 = 13$  vale 0.

3) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

**3A)**  Questo è il grafico di una funzione strettamente crescente

**3B)**  Questo è il grafico di una funzione decrescente

**3C)**  Questo è il grafico di una funzione non suriettiva

**3D)**  Questo è il grafico di  $f(x) = x^2 - 4$

4) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- 4A)** Se  $f(x) = x^2 - 12x$ , la controimmagine di  $y = -36$  è  $x = 6$ .  
**4B)** Se  $f(x) = |12x - 7|$ , la controimmagine di  $[0, 7]$  è  $[0, \frac{7}{6}]$ .  
**4C)** Se  $f(x) = -4x(2 - x)$ , la controimmagine di  $y = 0$  è composta da un solo punto.  
**4D)** Se  $f(x) = 4x^2 + 7$ , la controimmagine di  $[11, 23]$  è un intervallo.

**Istruzioni:** le prime due caselle (V / F) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "C" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data. Per selezionare una casella, annerirla completamente:  (non  o ).

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Matricola:**

--	--	--	--	--	--	--

**Punteggi:** 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D
<b>V</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>F</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>C</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**1)** Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

**1A)**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 2}{3x^3 + 2x^2 + 1} = 0.$$

**1B)**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + 4x)}{5x} = \frac{4}{5}.$$

**1C)**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{10x^2} - 1}{11x} = 0.$$

**1D)**

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sin(10(x - 6))}{11(x - 6)} = 1.$$

**2)** Sia

$$f(x) = x^2 + 2|x^2 - 4|.$$

**2A)**  $f$  non è una funzione continua su  $\mathbb{R}$ .

**2B)**  $f$  non ha minimo su  $\mathbb{R}$ .

**2C)** Esiste  $x_0$  in  $\mathbb{R}$  tale che  $f(x_0) = 0$ .

**2D)**  $f$  ha massimo assoluto su  $[-3, 3]$ .

**3)** Sia

$$f(x) = e^{3|x|}.$$

**3A)**  $f$  non è continua su  $\mathbb{R}$ .

**3B)**  $f$  è derivabile in  $x_0 = 0$ .

**3C)** Il minimo assoluto di  $f$  è 1.

**3D)**  $f(\mathbb{R}) = [1, +\infty)$ .

**4)** Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.  $T_2(x, 0)$  e  $T_3(x, 0)$  sono i polinomi di Taylor di ordine 2 e 3 nel punto  $x_0 = 0$ .

**4A)** Se  $f(x) = \ln(1 + 2x)$ ,  $T_2(x, 0) = 2x - 2x^2$ .

**4B)** Se  $f(x) = xe^{6x^2}$ ,  $T_3(x, 0) = x + 6x^3$ .

**4C)** Si ha  $\cos(5x^2) = 1 - \frac{25}{2}x^4 + o(x^4)$ .

**4D)** Si ha  $x^2 \sin(6x) = 6x^2 + o(x^2)$ .

**Docente:** \_\_\_\_\_

--	--	--	--	--	--	--	--

Cognome

Nome

Matricola

Compito 00001

---

5) Sia

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 4 & \text{se } x \geq 0, \\ \sin(4x) + 4 & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

**a1)** Dire perché  $f$  è continua in  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . **a2)** Dimostrare che  $f$  è continua in  $x_0 = 0$ .

**b1)** Dire perché  $f$  è derivabile in  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . **b2)** Dimostrare che  $f$  è derivabile in  $x_0 = 0$ .

**c1)** Dimostrare che  $f$  è illimitata superiormente in  $\mathbb{R}$ . **c2)** Dire quale teorema garantisce che  $f$  è limitata in  $[-4, 2]$ .

**d1)** Dimostrare che  $f$  ha minimo in  $\mathbb{R}$ . **d2)** Trovare almeno due punti di minimo assoluto di  $f$ .

---

--	--	--	--	--	--	--	--

Cognome

Nome

Matricola

Compito 00001

---

6) Sia

$$f(x) = 5e^x + 5e^{-x}.$$

- a1)** Quali sono le condizioni necessarie sulla derivata prima affinché un punto  $x_0$  sia di massimo o di minimo relativo per  $f$ ? **a2)** Determinare tutti i punti di massimo o di minimo relativo per  $f$ .
- b1)** Quale teorema si deve usare per calcolare  $f'(R)$ ? **b2)** Determinare  $f'(R)$  usando tale teorema.
- c1)** Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 1 di  $f$  in  $x_0 = 0$ . **c2)** Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2 di  $f$  in  $x_0 = 0$ .
- d1)** Determinare tutti i punti di massimo e minimo relativo di  $f$  in  $[-3, 3]$ . **d2)** Calcolare il massimo e il minimo assoluto di  $f$  in  $[-3, 3]$ .
-

**Istituzioni di Matematica I — Secondo compito di esonero**  
**2 Dicembre 2019 — Compito n. 00001** —

**Istruzioni:** le prime due caselle (**V / F**) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "**C**" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data. Per selezionare una casella, annerirla completamente:  (non  o ).

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Matricola:**

--	--	--	--	--	--	--

**Punteggi:** 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D
<b>V</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>F</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>C</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**1) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.**

**1A)**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 3}{2x^2 + 3x - 1} = 0.$$

**1B)**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin(2x^2)}{11x^2} = \frac{2}{11}.$$

**1C)**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(8x)}{9x} = 0.$$

**1D)**

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln(8x - 39)}{7(x - 5)} = \frac{8}{7}. \quad (\ln(x) = \log_e(x))$$

**2) Sia**

$$f(x) = (x - 3)^2 + 5|x^2 - 10x + 21|.$$

- 2A)**  $f$  è una funzione continua su  $\mathbb{R}$ .
- 2B)**  $f$  ha minimo su  $\mathbb{R}$ .
- 2C)** Non esiste  $x_0$  in  $\mathbb{R}$  tale che  $f(x_0) = 0$ .
- 2D)**  $f$  ha massimo assoluto su  $[2, 8]$ .

**3) Sia**

$$f(x) = e^{4|x-3|}.$$

- 3A)**  $f$  non è continua su  $\mathbb{R}$ .
- 3B)**  $f$  è derivabile in  $x_0 = 3$ .
- 3C)** Il minimo assoluto di  $f$  è 1.
- 3D)**  $f(\mathbb{R}) = [1, +\infty)$ .

**4) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.**  $T_3(x, 0)$  è il polinomio di Taylor di ordine 3 nel punto  $x_0 = 0$ .

- 4A)** Se  $f(x) = \sin(3x)$ ,  $T_3(x, 0) = 3x - \frac{9}{2}x^3$ .
- 4B)** Se  $f(x) = x^2 e^{6x}$ ,  $T_3(x, 0) = x^2 + 3x^3$ .
- 4C)** Si ha  $\ln(1 + 2x^2) = 2x^2 + o(x^2)$  ( $\ln(x) = \log_e(x)$ ).
- 4D)** Si ha  $x \cos(3x^2) = x + o(x^4)$ .

**Docente:** \_\_\_\_\_

Cognome

Nome

Matricola

Compito 00001

---

5) Sia

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{se } x \geq 0, \\ 4 \cos(4x) & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

**a1)** Dire perché  $f$  è continua in  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . **a2)** Dimostrare che  $f$  è continua in  $x_0 = 0$ .

**b1)** Dire perché  $f$  è derivabile in  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . **b2)** Dimostrare che  $f$  è derivabile in  $x_0 = 0$ .

**c1)** Dimostrare che  $f$  è illimitata superiormente in  $\mathbb{R}$ . **c2)** Dire quale teorema garantisce che  $f$  è limitata in  $[-5, 2]$ .

**d1)** Dimostrare che  $f$  ha minimo in  $\mathbb{R}$ . **d2)** Trovare almeno due punti di minimo assoluto di  $f$ .

---

--	--	--	--	--	--	--	--

Cognome

Nome

Matricola

Compito 00001

---

6) Sia

$$f(x) = 6e^x + e^{-6x}.$$

**a1)** Indicare le condizioni necessarie sulla derivata prima affinché un punto  $x_0$  sia di massimo o di minimo relativo per  $f$ . **a2)** Determinare tutti i punti di massimo o di minimo relativo per  $f$ .

**b1)** Quali teoremi si devono usare per calcolare  $f'(R)$ ? **b2)** Determinare  $f'(R)$  usando tali teoremi.

**c1)** Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 1 di  $f$  in  $x_0 = 0$ . **c2)** Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2 di  $f$  in  $x_0 = 0$ .

**d1)** Determinare tutti i punti di massimo e minimo relativo di  $f$  in  $[-\ln(6), \ln(6)]$ . **d2)** Calcolare il massimo e il minimo assoluto di  $f$  in  $[-\ln(6), \ln(6)]$ . ( $\ln(x) = \log_e(x)$ ).

---

**Istruzioni:** le prime due caselle (**V / F**) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "**C**" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data. Per selezionare una casella, annerirla completamente:  (non  o ).

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Matricola:**

--	--	--	--	--	--	--

**Punteggi:** 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D
<b>V</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>F</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>C</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**1) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.**

**1A)**

$$\int_0^{3\pi} \cos(5x) dx = -\frac{2}{5}$$

**1B)**

$$\int_0^{\sqrt[3]{3}} \frac{9x^2}{3x^3 + 1} dx = \ln(10)$$

**1C)**

$\int$

$$dx = 4e^5 - 1$$

**1D)**

$$\int_4^1 \frac{5x e^x}{x^2 - 4x + 4} dx = -\frac{1}{4}$$

**2) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.**

**2A)**

$$\int_{-2}^2 \arctg(x^3) dx = 0$$

**2B)**

$$\int_{-4}^4 [x^2 \sin(x) + |x|] dx = 16$$

**2C)**

$$\int_5^2$$

**2D)**

$$\int_{-4}^4 [x \cos(x) + x|x|] dx > 0$$

$$\int_0^{10} [10 + 4 \sin^3(x)] dx < 0$$

**3) Data l'equazione**

$$y'(t) = Ay(t) + B, \quad A, B \in \mathbb{R},$$

dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

**3A)** Fissati  $A$  e  $B$  in  $\mathbb{R}$ , esiste un'unica soluzione

$y(t)$  tale che  $y(0) = 0$ .

**3B)** Se  $A = 0$  e  $B \neq 0$ , esistono soluzioni costanti.

**3C)** Se  $B = 0$  e  $A = 0$ ,  $y(t) = 5e^{-At}$  è soluzione dell'equazione.

**3D)** Se  $A = 2$ ,  $B = -6$  e  $y(0) = 3$ , la soluzione è una funzione costante.

**4) Data l'equazione**

$$y''(t) + Ay'(t) + By(t) = 0, \quad A, B \in \mathbb{R},$$

dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

**4A)** Fissati  $A$  e  $B$  in  $\mathbb{R}$ , esistono infinite soluzioni  $y(t)$  dell'equazione.

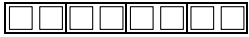
**4B)** Se  $A = -13$  e  $B = 42$ ,  $y(t) = e^{6t}$  è soluzione dell'equazione.

**4C)** Se  $A = -12$  e  $B = 36$ ,  $y(t) = te^{-6t}$  è soluzione dell'equazione.

**4D)** Se  $A = 0$  e  $B = 36$ ,  $e^{6t}$  è soluzione dell'equazione.

**Docente:** \_\_\_\_\_





Cognome

Nome

Matricola

Compito 00001

---

5) Sia

$$F(x) = \int_0^x [2 + \sin^2(t)] dt, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**a1)** Quale teorema garantisce che  $F$  è una funzione derivabile? **a2)** Dimostrare che  $F$  è una funzione crescente.

**b1)** Calcolare  $F(0)$ . **b2)** Dimostrare che  $F(3) > 0$ .

**c1)** Calcolare  $T_1(x; 0)$ . **c2)** Dimostrare che  $F$  è una funzione dispari.

Usando opportune disuguaglianze: **d1)** Dimostrare che  $F(x) \geq 2x$  per ogni  $x \geq 0$ . **d2)** Calcolare  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$ .

---



Cognome

Nome

Matricola

Compito 00001

6) Definito  $L(z(t)) = z''(t) - 13z'(t) + 42z(t)$ , siano dati i due problemi di Cauchy

$$(P_1) \begin{cases} y'(t) = 8y(t) - 72, \\ y(0) = 0, \end{cases} \quad (P_2) \begin{cases} L(z(t)) = 126, \\ z(0) = 4, \quad z'(0) = 6. \end{cases}$$

Sia  $y(t)$  la soluzione di  $(P_1)$ : **a1)** Calcolare  $y'(0)$ . **a2)** Calcolare  $T_2(t; 0)$ .

**b1)** Calcolare  $y(t)$ . **b2)** Dimostrare che  $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = -\infty$ .

**c1)** Scrivere tutte le soluzioni  $z_0(t)$  dell'equazione  $L(z_0(t)) = 0$ . **c2)** Trovare una soluzione particolare  $\bar{z}(t)$  dell'equazione  $L(\bar{z}(t)) = 126$ .

**d1)** Quante soluzioni  $z(t)$  ha  $(P_2)$ , e perché? **d2)** Calcolare  $z(t)$ .

**Istruzioni:** le prime due caselle (V / F) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "C" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data. Per selezionare una casella, annerirla completamente:  (non  o ).

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Matricola:**

--	--	--	--	--	--	--

**Punteggi:** 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D
<b>V</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>F</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>C</b>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**1) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.**

**1A)**

$$\int_0^4 5e^{5x} dx = \frac{e^{20} - 1}{5}$$

**1B)**

$$\int_0^1 \frac{12x+5}{6x^2+5x+3} dx = \ln \frac{14}{3}$$

**1C)**

$$\int_0^{5\pi} x \sin(x) dx = 0$$

**1D)**

$$\int_7^8 \frac{dx}{(x-5)(x-6)} = \ln(4/3)$$

**2) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.**

**2A)**

$$\int_7^{15} (x-11)^3 dx < 0$$

**2B)**

$$\int_{-4\pi}^{4\pi} [x \cos(x) + |\sin(x/4)|] dx = 0$$

**2C)**

$$\int_5^{11} [x^3 + \arctg(x)] dx < 0$$

**2D)**

$$\int_6^{11} [7 - 2 \sin^2(x)] dx < 0$$

**3) Data l'equazione**

$$y'(t) = Ay(t) + B, \quad A, B \in \mathbb{R},$$

dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

**3A)** Fissati  $A$  e  $B$  in  $\mathbb{R}$ , esiste un'unica soluzione

$y(t)$  tale che  $y(2) = 2$ .

**3B)** Se  $A = 0$  e  $B = 2$ , ogni soluzione  $y(t)$  è decrescente.

**3C)** Se  $A = 5$  e  $B = -15$ ,  $y(t) = e^{5t} - 3$  è la soluzione dell'equazione.

**3D)** Se  $A = 5$ ,  $B = 20$  e  $y(0) = 0$ , la soluzione  $y(t)$  è tale che

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 0$$

**4) Data l'equazione**

$$y''(t) + Ay'(t) + By(t) = 0, \quad A, B \in \mathbb{R},$$

dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

**4A)** Fissati  $A$  e  $B$  in  $\mathbb{R}$ , esistono infinite soluzioni  $y(t)$  dell'equazione tali che  $y(0) = 0$ .

**4B)** Se  $A = -9$  e  $B = 20$ ,  $y(t) = e^{4t} + e^{5t}$  è soluzione dell'equazione.

**4C)** Se  $A = -10$  e  $B = 25$ ,  $y(t) = (2 + 5t)e^{-5t}$  è soluzione dell'equazione.

**4D)** Se  $A = 0$  e  $B = 25$ , esistono soluzioni illimitate dell'equazione.

**Docente:** \_\_\_\_\_



Cognome

Nome

Matricola

Compito 00001

---

5) Sia

$$F(x) = \int_0^x [6t + \operatorname{arctg}(5t)] dt, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**a1)** Quale teorema garantisce che  $F$  è una funzione derivabile? **a2)** Dimostrare che  $F$  è una funzione crescente per  $x \geq 0$ .

**b1)** Calcolare  $F(0)$ . **b2)** Dimostrare che  $F(-2) > 0$ .

**c1)** Calcolare  $T_2(x; 0)$ . **c2)** Dimostrare che  $F$  è una funzione pari.

**d1)** Usando opportune disuguaglianze, dimostrare che  $F(x) \geq 3x^2$  per ogni  $x \geq 0$ . **d2)** Dimostrare che  $F$  ha minimo assoluto su  $\mathbb{R}$ .

---



Cognome

Nome

Matricola

Compito 00001

6) Definito  $L(z(t)) = z''(t) + 4z(t)$ , siano dati i due problemi di Cauchy

$$(P_1) \quad \begin{cases} y'(t) = 3y(t) + 15, \\ y(0) = 0, \end{cases} \quad (P_2) \quad \begin{cases} L(z(t)) = 8, \\ z(0) = 2, \quad z'(0) = 2. \end{cases}$$

Sia  $y(t)$  la soluzione di  $(P_1)$ : **a1)** Calcolare  $y''(0)$ . **a2)** Calcolare  $T_2(t; 0)$ . **b1)** Calcolare  $y(t)$ . **b2)** Dimostrare che  $y(t)$  è convessa su  $[0, +\infty)$ .

**c1)** Scrivere tutte le soluzioni  $z_0(t)$  dell'equazione  $L(z_0(t)) = 0$ . **c2)** Trovare una soluzione particolare  $\bar{z}(t)$  dell'equazione  $L(\bar{z}(t)) = 8$ . **d1)** Quante soluzioni  $z(t)$  ha  $(P_2)$ , e perché? **d2)** Calcolare  $z(t)$ .

## Istituzioni di Matematica II

<b>CdS</b>	<b>L-27 Scienze Chimiche</b>
CFU	6
ore	60
Semestre	II
Anno	I
Numero medio di studenti	500
Canalizzazione	Sì (4 canali)
Referente del Gruppo di Lavoro	Filomena Pacella

### 2. RESOCONTO

#### Calendario degli incontri

17.02.2022 Incontro tra i docenti degli Insegnamenti di Base e la Presidente del CAD per confrontarsi sui programmi e stilare le schede.

#### Criticità emerse

In ingresso, tipicamente si riscontra come una parte degli studenti non abbia assimilato pienamente i concetti fondamentali relativi allo studio di funzioni di una variabile e talvolta si evidenziano carenze nell'utilizzo di metodi di algebra elementare che dovrebbero essere stati appresi nella scuola superiore (equazioni e disequazioni, per esempio).

#### Azioni correttive proposte

Lo svolgimento delle prove in itinere è una delle possibili azioni correttive.  
Tutoraggio dedicato principalmente allo svolgimento degli esercizi.

#### Buone pratiche

Si consiglia fortemente lo svolgimento delle prove di esonero durante il corso, in quanto stimolano l'assiduità dello studio e permettono il superamento dell'esame per buona parte degli studenti

#### Note e commenti

#### Programma concordato

1. ALGEBRA LINEARE - Punti di  $\mathbb{R}^n$ , vettori, prodotto scalare e vettoriale - Definizione di matrice e operazioni con le matrici: addizione, moltiplicazione per uno scalare e prodotto (riga per colonna) di matrici - Matrici quadrate, triangolari e diagonali - Il prodotto di matrici quadrate non è commutativo - Matrice trasposta, trasposta del prodotto di due matrici, matrici che coincidono con la trasposta, matrici simmetriche - Complementi algebrici degli elementi di una matrice quadrata - Determinante di una matrice quadrata e regole di calcolo per matrici di tipo (2, 2), (3, 3) e per matrici triangolari e diagonali - Proprietà del determinante di una matrice, condizioni per l'annullamento del determinante - Teorema di Binet sul determinante del prodotto di matrici - Matrici invertibili e inversa di una matrice - Rango o caratteristica di una matrice - Sistemi lineari di  $n$  equazioni in  $n$  incognite, omogenei e non, risolubilità nel caso in cui la matrice dei coefficienti abbia determinante diverso da zero (Teorema di Cramer) - Sistemi lineari di  $m$  equazioni in  $n$  incognite, condizione per l'esistenza di soluzioni (Teorema di Rouché Capelli), metodo di risoluzione - Matrici di tipo  $(m,n)$  come applicazioni lineari tra  $\mathbb{R}^n$  e  $\mathbb{R}^m$ , immagine e nucleo - Autovalori e autovettori di una matrice, equazione caratteristica, ricerca di autovalori e autovettori per matrici di tipo (2, 2).

2. CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI REALI DI PIU' VARIABILI - Distanza fra punti di  $\mathbb{R}^2$  o di  $\mathbb{R}^n$  - Limiti e continuità per funzioni reali di più variabili, operazioni con i limiti, forme indeterminate - Insiemi limitati, aperti, chiusi e punti di frontiera di un insieme - Derivate parziali, vettore gradiente, regole di derivazione - Definizione di piano tangente per funzioni di due variabili di classe  $C^1$ , approssimazione con funzioni lineari - Derivate direzionali, formula del gradiente per il calcolo delle derivate direzionali - Derivate successive, matrice hessiana, teorema di Schwarz sull'inversione dell'ordine delle derivate - Minimi e massimi relativi ed assoluti - Teorema di Weierstrass sull'esistenza del minimo e massimo per funzioni continue in insiemi chiusi e limitati - Punti critici e teorema di Fermat - Studio delle forme quadratiche relative a matrici simmetriche di tipo (2,2) - Condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza di massimi o minimi relativi, studio dei punti critici, punti di sella - Ricerca di minimi e massimi assoluti per funzioni di due variabili.

3. FUNZIONI VETTORIALI - Limiti e continuità per funzioni vettoriali - Derivazione di funzioni vettoriali, matrice jacobiana - Curve nel piano e nello spazio - Curve regolari o regolari a tratti, vettore e versore tangente, velocità scalare - Rappresentazioni parametriche di curve piane in coordinate polari - Rappresentazione parametrica del grafico di una funzione scalare di una variabile - Lunghezza di una curva regolare - Integrale curvilineo (di prima specie) di una funzione scalare - Campi vettoriali nel piano o nello spazio, rotore e campi irrotazionali (o chiusi), divergenza di un campo vettoriale - Campi conservativi, primitive o potenziali di un campo vettoriale - Un campo conservativo è sempre irrotazionale ma non vale il viceversa - Insiemi aperti connessi o semplicemente connessi - Un campo irrotazionale in un aperto semplicemente connesso è conservativo - Ricerca delle primitive di un campo conservativo - Integrale curvilineo (di seconda specie) (o lavoro del campo lungo una curva) di un campo vettoriale - Calcolo di integrali curvilinei di campi vettoriali conservativi mediante una primitiva.

4. CALCOLO INTEGRALE PER FUNZIONI REALI DI PIU' VARIABILI - Integrali doppi di funzioni continue di due variabili definite su rettangoli, definizione e formule di riduzione - Integrali doppi su domini normali o semplici e relative formule di riduzione - Cambiamento di variabili (in coordinate polari) negli integrali doppi - Integrali doppi generalizzati per funzioni non limitate o definite in domini non limitati - Formule di Gauss Green nel piano, calcolo di aree mediante integrali curvilinei - Integrali tripli per funzioni continue di tre variabili definite su parallelepipedi, definizione e formule di riduzione - Cenni su formule di riduzione di integrali tripli su domini più generali - Cenni su integrale di superficie di una funzione continua, flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie, teorema della divergenza - Teorema del rotore o di Stokes.

## 2. TABELLA SYLLABUS.

### 1. Matematica di base

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Aritmetica	X			
Proporzioni e percentuali	X			
Equazioni di 1 e 2 grado	X			
Insiemi numerici	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Retta reale e piano cartesiano		X		
Geometria analitica nel piano e nello spazio		X		
Numeri complessi		X	Fisica II, Chimica Fisica	
Insiemistica e logica	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Dimostrazioni dirette, per assurdo e per induzione	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Combinatoria		X		

### 2. Algebra lineare

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Vettori del piano e dello spazio		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Teoria degli spazi vettoriali		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Calcolo con matrici		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Determinante e rango		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Sistemi lineari		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Forme quadratiche				X

### 3. Funzioni

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Iniettività, suriettività, invertibilità		X	Conoscenza di base	
Operazioni elementari sui grafici		X	Conoscenza di base	
Simmetrie, periodicità		X	Conoscenza di base	
Monotonia		X	Conoscenza di base	
Funzioni affini, equazioni e disequazioni		X	Conoscenza di base	
Funzione valore assoluto		X	Conoscenza di base	
Polinomi di secondo grado	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Potenze e radici ennesime	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Potenze con esponente reale	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Esponenziali		X	Conoscenza di base	
Logaritmi	X (rivisti in Ist. Mat I)		Conoscenza di base	
Funzioni trigonometriche	X (rivisti in Ist. Mat I)			



Formule trigonometriche	X (rivisti in Ist. Mat I)			

#### 4. Limiti

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Concetto di limite	X	Conoscenza di base	
Limiti notevoli	X	Conoscenza di base	
Comportamento asintotico	X	Conoscenza di base	
Successioni numeriche	X	Conoscenza di base	
Serie numeriche	X	Conoscenza di base	
Asintoti	X	Conoscenza di base	
Continuità	X	Conoscenza di base	
Classificazione delle discontinuità	X	Conoscenza di base	
Teoremi sulle funzioni continue (zeri, Weierstrass)	X	Conoscenza di base	
Uniforme continuità			X
Infiniti, infinitesimi, confronto	X	Conoscenza di base	

#### 5. Derivate

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Concetto di derivata	X	Conoscenza di base	
Calcolo delle derivate	X	Conoscenza di base	
Teoremi di base del Calcolo Differenziale (Fermat, Rolle, Lagrange)	X	Conoscenza di base	
Convessità e concavità	X	Conoscenza di base	
Studio di funzione	X	Conoscenza di base	
Teoremi avanzati del Calcolo Differenziale (Hopital, Taylor)	X	Conoscenza di base	

#### 6. Integrali

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Integrali definiti	X	Conoscenza di base	
Funzioni integrabili	X	Conoscenza di base	
Primitive	X	Conoscenza di base	
Teorema fondamentale del calcolo integrale	X	Conoscenza di base	
Integrazione per parti	X	Conoscenza di base	
Integrazione per sostituzione	X	Conoscenza di base	
Integrazione delle funzioni razionali			X
Ulteriori metodi di integrazione			X
Volume di solidi di rotazione			X
Area di superfici di rotazione			X
Lunghezza di un grafico			X

#### 7. Equazioni differenziali

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Teorema di esistenza e unicità generale	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Lineari del primo ordine	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Lineari del secondo ordine omogenee	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Lineari del secondo ordine non omogenee	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Variabili separabili	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Solo qualche esempio applicativo	X	Chim Fis e Chim. Ind.	

### 8. Biostatistica

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Eventi casuali e probabilità			X
Probabilità condizionata e formula di Bayes			X
Distribuzioni discrete			X
Distribuzioni continue			X
Legge dei grandi numeri			X
Teorema del limite centrale			X
Statistica descrittiva			X
Test statistici			X
Uso di R			X
Uso di Excel			X

### 9. Altro argomento da segnalare

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Serie e trasformate di Fourier	X	Chimica Fisica, Spettroscopia	
Analisi funzioni a più variabili (gradiente, Hessiana, integrazione, Laplaciano)	Svolto nel programma di Ist. Mat II	Fisica II, Chimica Fisica II	
Divergenza e Rotore, teorema di Stokes	Svolto nel programma di Ist. Mat II	Fisica II, Chimica Fisica II	

## 3. Esempi di esercizi d'esame/fogli di esercizi

Sono riportati di seguito alcuni esempi di esercizi d'esame forniti dai docenti e dalle docenti del corso e svolti negli ultimi anni accademici.

# D

## I ESONERO DI ISTITUZIONI MATEMATICA II - 20/4/2016

Nome e matricola :

Esercizio 1. (Punti 10) - Si consideri il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} x_4 - x_1 + x_2 + 1 = 0 \\ x_3 + 2x_4 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$$

i) stabilire se ammette soluzioni motivando la risposta

ii) trovare tutte le soluzioni

iii) detta  $A$  la matrice dei coefficienti del sistema e  $L_A$  l'applicazione lineare corrispondente, stabilire se  $L_A$  é iniettiva, suriettiva o biiettiva ( o equivalentemente determinarne il nucleo e l'immagine).

Esercizio 2. (Punti 3 o punti -1) - Sia  $A$  la matrice :

$$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{6} & -\sqrt{6} \\ -\sqrt{6} & 2 \end{pmatrix}$$

I suoi autovalori  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  sono :

(D)  $\lambda_1 = 1$  e  $\lambda_2 = 2$  ; (A)  $\lambda_1 = 3$  e  $\lambda_2 = -2\sqrt{6}$  -

(B)  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 4$  ; (C)  $\lambda_1 = -1$  e  $\lambda_2 = 0$ .

Risposta :

Esercizio 3. (Punti 2 o punti -1) - Sia  $A$  la matrice :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

e  $v = (v_1, v_2, v_3)$  un generico vettore in  $\mathbb{R}^3$ .

Il punto  $Av$  é :

(B)  $(v_1, 0, -3v_3)$  ; (C)  $(v_1, 2v_2, -3v_3)$

(D)  $(v_2 + 2v_1, v_2 - 3v_3, -3v_3)$  ; (A)  $(v_1 + 2v_2, 2v_2, v_2 - 3v_3)$

Risposta :

Esercizio 4. (Punti 10) - Per la seguente funzione di due variabili :

$$f(x, y) = (x^3 - 27)y^3 + x^3 + 4$$

- i) trovare i punti critici in tutto l'insieme di definizione
- ii) stabilire se i punti critici sono estremi relativi o punti di sella
- iii) considerato l'insieme  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x \in [0, 3], y \geq 0\}$  stabilire se la funzione é limitata inferiormente e/o superiormente in  $D$  e trovare gli eventuali punti di minimo o massimo assoluti.

Esercizio 5. (Punti 3 o -1) - Il piano tangente al grafico della funzione  $f(x, y) = 2 \sin(xy) + e^{x-1}$  nel punto  $P = (1, \frac{\pi}{2})$  ha equazione :

(C)  $z = 2x + y + 2$  ; (D)  $z = x + 2$

(A)  $z = x + y + e$  ; (B)  $z = x + e$

Risposta :

Esercizio 6. (Punti 3 o -1) - L'insieme di definizione  $D$  della funzione  $f(x, y) = \frac{\log(3-x^2-y^2)}{2x}$  é :

(D)  $D = \{(x, y) : |(x, y)| \leq \sqrt{3} \text{ e } x \geq 0\}$  ed é un insieme chiuso e limitato.

(A)  $D = \{(x, y) : |(x, y)| < \sqrt{3} \text{ e } x > 0\}$  ed é un insieme aperto e limitato.

(B)  $D = \{(x, y) : |(x, y)| < \sqrt{3} \text{ e } x \geq 0\}$  ed é un insieme limitato.

(C)  $D = \{(x, y) : |(x, y)| < \sqrt{3} \text{ e } x > 0\}$  ed é un insieme chiuso e limitato.

Risposta :

Esercizio 7. (Punti 2 o -1) - Sia  $f(x, y) = \log(x^2 + y^2 + 1) + \sin x$ . La derivata direzionale di  $f$  nel punto  $(0, 1)$  e nella direzione del vettore  $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$  é :

(B)  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$  ; (C) 2 ; (D)  $\sqrt{3}-1$  ; (A)  $\sqrt{3}-\frac{1}{2}$

Risposta :

## II ESONERO DI ISTITUZIONI MATEMATICA II - 14/6/2017

Nome e matricola :

Esercizio 1. (Punti 10) - Sia  $F$  il campo vettoriale definito da :

$$F(x, y) = \log(x + y) + \frac{x}{x + y}, \frac{x}{x + y}$$

- i) determinare l'insieme di definizione di  $F$ , l'insieme in cui  $F$  é irrotazionale e l'insieme in cui  $F$  é conservativo.
- ii) trovare una primitiva di  $F$
- iii) calcolare  $\int_{\gamma} F$  dove  $\gamma$  é la circonferenza di centro  $P = (2, 2)$  e raggio  $R = 1$ .

Esercizio 2. (Punti 3 o punti -1) - Si consideri la funzione  $f(x, y, z) = z$  e sia  $\gamma$  la curva in  $\mathbb{R}^3$  definita da :

$$\gamma(t) = (3 \sin t, 3 \cos t, 4t), \quad t \in [0, \pi].$$

L' integrale :  $\int_{\gamma} f(x, y, z) ds$  é uguale a :

- (A) 0 ; (B)  $10\pi^2$   
(C)  $20\pi$  ; (D)  $5\pi^2$ .

Esercizio 3. (Punti 2 o punti -1) - Sia  $\gamma$  la curva piana che é rappresentata dall'equazione in coordinate polari :  $\rho(\vartheta) = 2\vartheta^2$ ,  $\vartheta \in [0, \pi]$ . La sua velocità scalare é :

- (A)  $\sqrt{2\vartheta^2 + 4\vartheta}$  ; (B)  $(1, 4\vartheta)$   
(C)  $\sqrt{4\vartheta^4 + 16\vartheta^2}$  ; (D)  $4\vartheta$



Esercizio 4. (Punti 10)

i) Calcolare :

$$\int \int_D y \, dx \, dy$$

dove  $D$  é il dominio compreso fra l'asse delle ascisse e il grafico della funzione  $g(x) = \cos x, x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ .

ii) Calcolare :

$$\int \int_D |y| \, dx \, dy$$

dove  $D = \{(x, y) : |y| \leq \cos x, x \in [0, \frac{\pi}{2}]\}$

Esercizio 5. (Punti 3 o -1) Sia  $D = \{(x, y) : x > 0\}$  e  $f(x, y)$  una funzione continua. Allora  $\iint_D f(x, y) dx dy$  é uguale a :

(A)  $\lim_{b \rightarrow +\infty} \iint_{[0, b] \times [0, b]} f(x, y) dx dy$

(B)  $\lim_{b \rightarrow +\infty} \iint_{[0, b] \times [-b, b]} f(x, y) dx dy$

(C)  $\lim_{R \rightarrow +\infty} \iint_{B_R} f(x, y) dx dy$  ;  $B_R$  é il cerchio di centro  $(0, 0)$  e raggio  $R$ .

(D)  $\lim_{b \rightarrow +\infty} \iint_{[-b, b] \times [-b, b]} f(x, y) dx dy$

Esercizio 6. (Punti 3 o -1) - Sia  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2\} \cap \{(x, y) : y > 0\}$  e  $f(x, y) = x - y$ . Allora  $\iint_D f(x, y) dx dy$  dopo il cambiamento di variabili in coordinate polari diventa :

(A)  $\int_0^\pi \int_0^{\sqrt{2}} \rho^2 (\cos \vartheta - \sin \vartheta) d\rho d\vartheta$

(B)  $\int_0^{\sqrt{2}} \int_0^\pi \rho (\cos \vartheta - \sin \vartheta) d\vartheta d\rho$

(C)  $\int_0^\pi \int_0^{\sqrt{2}} \rho d\rho d\vartheta$

(D)  $\int_0^{\sqrt{2}} \int_0^\pi 2\rho^2 (\cos \vartheta - \sin \vartheta) d\rho d\vartheta$

Esercizio 7. (Punti 2 o -1) - Sia  $F$  il campo vettoriale in  $\mathbb{R}^3$  definito da :

$$F(x, y, z) = (y - x, z^2, 2)$$

il rotore di  $F$  é :

(A)  $rotF = (0, 0, 0)$  ; (B)  $rotF = 2z$

(C)  $rotF = (1, -2z, 1)$  ; (D)  $rotF = (-2z, 0, -1)$

**ISTITUZIONI MATEMATICA II - CANALE A-L - 22/6/2017**

Nome e matricola :

Esercizio 1. (Punti 6) - Si consideri il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} 2x - 2z = -4y \\ 3x + z - 1 = 0 \\ 2 - 2z = 6x \\ y + z = x + 2 \end{cases}$$

- i) stabilire se ammette soluzioni e quante ne ammette (motivando la risposta)
- ii) trovare tutte le soluzioni (utilizzando la teoria delle matrici).

Esercizio 2. (Punti 6) - Sia  $F$  il campo vettoriale definito da :

$$F(x, y) = \frac{1}{x+1} \sin(x+y) + \log(x+1) \cos(x+y) \mathbf{i} + \log(x+1) \cos(x+y) \mathbf{j}$$

i) determinare l'insieme di definizione di  $F$  , l'insieme in cui  $F$  é irrotazionale e l'insieme in cui  $F$  é conservativo

ii) trovare le eventuali primitive di  $F$  .

Esercizio 3. (Punti 6) - Per la seguente funzione di due variabili :

$$f(x, y) = (2x - 1)^2 + e^y(2x - 1)(y - 1)$$

- i) trovare i punti critici in tutto l'insieme di definizione
- ii) stabilire se i punti critici sono estremi relativi o punti di sella

Esercizio 4. (Punti 3 o punti -1) - Sia  $A$  la matrice :

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

La sua matrice inversa é :

$$(A) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} ; (B) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(C) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ; (D) \text{ non ammette inversa.}$$

Esercizio 5. (Punti 2 o -1) - Sia  $D$  il dominio del piano, situato nel primo quadrante, limitato dalla curva di equazione  $e^x y + 1 = 0$  e dalle rette di equazione  $x = 0$  e  $y = e + 1$ . Allora vale la formula :

$$(A) \int \int_D x^2 y \, dx \, dy = \int_0^1 \left[ \int_1^{e+1} x^2 y \, dy \right] dx$$

$$(B) \int \int_D x^2 y \, dx \, dy = \int_0^1 \left[ \int_0^{e^{x+1}} x^2 y \, dx \right] dy$$

$$(C) \int \int_D x^2 y \, dx \, dy = \int_0^1 \left[ \int_{e^{x+1}}^{e+1} x^2 y \, dy \right] dx$$

$$(D) \int \int_D x^2 y \, dx \, dy = \int_0^{e^{x+1}} \left[ \int_0^1 x^2 y \, dx \right] dy$$

Esercizio 6. (Punti 2 o -1) - L'insieme di definizione  $D$  della funzione

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{y}$$

é :

- (A)  $D = \{(x, y) : y \neq 0 \text{ e } -1 \leq x \leq 1\}$
- (B)  $D = \{(x, y) : y \neq 0 \text{ e } x \geq 1 \text{ o } x \leq -1\}$
- (C)  $D = \{(x, y) : y > 0 \text{ e } x \geq 1 \text{ o } x \leq -1\}$
- (D)  $D = \{(x, y) : y > 0 \text{ e } x > 1 \text{ o } x < -1\}$

Esercizio 7. (Punti 2 o punti -1) - Sia  $\gamma$  la curva piana che rappresenta il grafico della funzione :  $f(x) = x \log(x + 1)$ ,  $x \in [0, 2]$ . Il vettore tangente alla curva in  $x = 1$  é :

- (A)  $\log 2 + \frac{1}{2}$  ; (B)  $(0, \frac{1}{2})$
- (C)  $(1, \frac{1}{2})$  ; (D)  $(1, \frac{2 \log 2 + 1}{2})$

Esercizio 8. (Punti 3 o -1) - Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq e\}$ .  
L'integrale doppio :

$$\int \int_D x^2 + y^2 + 2 \, dx \, dy$$

é uguale a :

(A)  $\frac{7}{3} \pi$

(B)  $\frac{14}{3} \pi$

(C)  $\frac{5}{4} \pi$

(D)  $\frac{5}{4}$

Esercizio 9. (Punti 3 o -1) - Sia  $F$  il campo vettoriale definito da :

$$F(x, y, z) = (2, x^2 + y^2, z)$$

e  $\gamma$  la curva :  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t) \quad t \in [0, 4\pi]$ . Si ha :

(A)  $\int_{\gamma} F = 8\pi$

(B)  $\int_{\gamma} F = 2 + 8\pi$

(C)  $\int_{\gamma} F = 12\pi + 8\pi$

(D)  $\int_{\gamma} F = 4\pi$