Istituzioni di Matematica I

CdS	**L-27 Scienze Chimiche**
CFU	12
ore	120
Semestre	I
Anno	I
Numero medio di studenti	500
Canalizzazione	Sì (4 canali)
Referente del Gruppo di Lavoro	Eugenio Montefusco, Vincenzo Nesi, Luigi Orsina, Nunzio Emanuele Spadaro

1. RESOCONTO

Calendario degli incontri
17.02.2022 Incontro tra i docenti degli Insegnamenti di Base e la Presidente del CAD per confrontarsi sui programmi e stilare le schede.

Criticità emerse
In ingresso, si registra come molti studenti e molte studentesse non possiedano un'adeguata conoscenza della matematica di base o del concetto di dimostrazione e di come questo sia fondamentale per convincersi della veridicità di una affermazione. Sulla base di queste premesse, la maggior parte degli studenti ha grandi difficoltà nell'affrontare gli esami scritti in un'unica prova. La percentuale nettamente maggioritaria di coloro che superano l'esame lo fa attraverso il meccanismo delle tre prove in itinere.

Azioni correttive proposte
Lo svolgimento delle prove in itinere è una delle possibili azioni correttive. Infatti, costringe lo studente a mantenere un certo ritmo di studio e il docente a disciplinare con attenzione ore di teoria e ore di esercitazione. Si suggerisce che i docenti dei diversi canali abbiano un unico sito e-learning con gli stessi esercizi, che agli studenti vengano proposti gli stessi esercizi settimanalmente e che un congruo numero di ore sia dedicato agli esercizi per ottenere un livello di preparazione adatto a sostenere le prove scritte. Tutoraggio dedicato principalmente allo svolgimento degli esercizi.

Buone pratiche

Un esperimento molto apprezzato è quello di proporre settimanalmente un test di circa 5 minuti in classe. 4 o 5 domande alle quali rispondere online. A titolo di esempio, sullo schermo si visualizzano i grafici di alcune funzioni e si deve rispondere a domande del tipo: La funzione è iniettiva? È crescente? È continua?
I 4 docenti in parallelo hanno quasi sempre registrato che la domanda per la quale le risposte erano meno soddisfacenti, non era la stessa per tutti i docenti. Ognuno, quindi, concentrava i propri commenti su quella in cui, la sua classe, aveva registrato le maggiori difficoltà.

Note e commenti

Programma concordato
1) I numeri reali e le loro proprietà
2) Funzioni elementari e loro proprietà
3) Successioni e serie numeriche.
4) Limiti di funzioni e continuità.
5) Derivate. Massimi e minimi locali e globali. Ordine di infinitesimo e di infinito. Teorema di de L'Hopital.
6) Sviluppo di funzioni elementari con la formula di Taylor, espressioni del resto e applicazioni.
7) Il calcolo di aree. Integrale di Riemann. Funzioni integrali e funzioni primitive: il Teorema fondamentale del calcolo integrale. Metodi di integrazione.
8) Cenni sui numeri complessi.
9) Equazioni differenziali lineari (del primo e secondo ordine, a coefficienti costanti).

2. TABELLA SYLLABUS.

1. Matematica di base

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Aritmetica	X			
Proporzioni e percentuali	X			
Equazioni di 1 e 2 grado	X			
Insiemi numerici	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Retta reale e piano cartesiano		X		
Geometria analitica nel piano e nello spazio		X		
Numeri complessi		X	Fisica II, Chimica Fisica	
Insiemistica e logica	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Dimostrazioni dirette, per assurdo e per induzione	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Combinatoria		X		

2. Algebra lineare

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Vettori del piano e dello spazio		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Teoria degli spazi vettoriali		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Calcolo con matrici		X	Chim Fis II, Fis I e II	

Determinante e rango		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Sistemi lineari		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Forme quadratiche				X

3. Funzioni

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Iniettività, suriettività, invertibilità		X	Conoscenza di base	
Operazioni elementari sui grafici		X	Conoscenza di base	
Simmetrie, periodicità		X	Conoscenza di base	
Monotonia		X	Conoscenza di base	
Funzioni affini, equazioni e disequazioni		X	Conoscenza di base	
Funzione valore assoluto		X	Conoscenza di base	
Polinomi di secondo grado	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Potenze e radici ennesime	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Potenze con esponente reale	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Esponenziali		X	Conoscenza di base	
Logaritmi	X (rivisti in Ist. Mat I)		Conoscenza di base	
Funzioni trigonometriche	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Formule trigonometriche	X (rivisti in Ist. Mat I)			

4. Limiti

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Concetto di limite	X	Conoscenza di base	
Limiti notevoli	X	Conoscenza di base	
Comportamento asintotico	X	Conoscenza di base	
Successioni numeriche	X	Conoscenza di base	
Serie numeriche	X	Conoscenza di base	
Asintoti	X	Conoscenza di base	
Continuità	X	Conoscenza di base	
Classificazione delle discontinuità	X	Conoscenza di base	
Teoremi sulle funzioni continue (zeri, Weierstrass)	X	Conoscenza di base	
Uniforme continuità			X
Infiniti, infinitesimi, confronto	X	Conoscenza di base	

5. Derivate

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Concetto di derivata	X	Conoscenza di base	
Calcolo delle derivate	X	Conoscenza di base	

Teoremi di base del Calcolo Differenziale (Fermat, Rolle, Lagrange)	X	Conoscenza di base	
Convessità e concavità	X	Conoscenza di base	
Studio di funzione	X	Conoscenza di base	
Teoremi avanzati del Calcolo Differenziale (Hopital, Taylor)	X	Conoscenza di base	

6. Integrali

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Integrali definiti	X	Conoscenza di base	
Funzioni integrabili	X	Conoscenza di base	
Primitive	X	Conoscenza di base	
Teorema fondamentale del calcolo integrale	X	Conoscenza di base	
Integrazione per parti	X	Conoscenza di base	
Integrazione per sostituzione	X	Conoscenza di base	
Integrazione delle funzioni razionali			X
Ulteriori metodi di integrazione			X
Volume di solidi di rotazione			X
Area di superfici di rotazione			X
Lunghezza di un grafico			X

7. Equazioni differenziali

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Teorema di esistenza e unicità generale	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Lineari del primo ordine	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Lineari del secondo ordine omogenee	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Lineari del secondo ordine non omogenee	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Variabili separabili	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Solo qualche esempio applicativo	X	Chim Fis e Chim. Ind.	

8. Biostatistica

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Eventi casuali e probabilità			X
Probabilità condizionata e formula di Bayes			X
Distribuzioni discrete			X
Distribuzioni continue			X
Legge dei grandi numeri			X
Teorema del limite centrale			X
Statistica descrittiva			X
Test statistici			X
Uso di R			X
Uso di Excel			X

9. Altro argomento da segnalare

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Serie e trasformate di Fourier	X	Chimica Fisica, Spettroscopia	
Analisi funzioni a più variabili (gradiente, Hessiana, integrazione, Laplaciano)	Svolto nel programma di Ist. Mat II	Fisica II, Chimica Fisica II	
Divergenza e Rotore, teorema di Stokes	Svolto nel programma di Ist. Mat II	Fisica II, Chimica Fisica II	

3. Esempi di esercizi d'esame/fogli di esercizi

Sono riportati di seguito alcuni esempi di esercizi d'esame forniti dai docenti e dalle docenti del corso e svolti negli ultimi anni accademici.

A seguire, i compiti di pre-esonero ed esonero del corso di Istituzioni di Matematica I del corso di Laurea in Chimica, anno accademico 2019-2020.

Docenti: Lamberto Lamberti, Vincenzo Nesi, Luigi Orsina, Emanuele Spadaro.

La struttura dei compiti è la seguente:

- primo compito di esonero (e pre-esonero): 32 domande vero/falso, suddivise in 8 gruppi da 4 domande;
- secondo e terzo compiti di esonero (e pre-esonero): 16 domande vero/falso, suddivise in 4 gruppi da 4 domande, e 2 domande aperte, ognuna con 4 domande.

Lo svolgimento degli esoneri segue questo schema:

- un compito di pre-esonero, inviato *individualmente*, una settimana prima dell'esonero, agli studenti prenotati, costruito secondo lo stesso schema del compito di esonero, con le stesse macro categorie di domande; allegate al compito, le soluzioni degli esercizi: gli studenti sono invitati a scambiarsi i compiti di pre-esonero per avere una migliore visione di insieme).
- un compito di esonero, svolto in aula; una volta corretto, il compito, le correzioni e le soluzioni vengono inviati via mail ad ogni studente.

Allo scopo di rendere i compiti il più possibile diversi tra di loro (si parla di circa 400 studenti!), le domande vero/falso, cos`ı come le domande aperte, sono randomizzate: in quasi tutti i casi, le costanti degli esercizi vengono estratte casualmente tra diverse possibilità; ad esempio, l'insieme E del primo esercizio del primo compito di pre-esonero (vedere la prossima pagina) è definito come

$$E = \{x \in \mathbb{R} : |ax - b| < c\},$$

con a, b e c scelti casualmente tra valori differenti (nel caso dell'esercizio presente nella raccolta, $a = 9$, $b = 7$ e $c = 4$).

Per ogni domanda vero/falso, sono possibili diverse alternative, in generale opposte tra loro: ad esempio, la domanda ***1A*** del primo compito di pre-esonero può essere "E è un intervallo di $\mathbb{R}$" (risposta corretta: vero; questa è la domanda "selezionata" nel compito della prossima pagina), oppure "E non è un intervallo di $\mathbb{R}$" (risposta corretta: falso); anche la scelta di una delle due (o più) possibili "varianti" è casuale.

Nelle "soluzioni" di ogni singolo compito è presentata la risoluzione di ogni possibile alternativa per le domande vero/falso (a parametri fissati)

Infine, la correzione della parte vero/falso è quasi automatizzata, scannerizzando le pagine dei compiti contenenti le caselle "annerite" con la scelta vero/falso/non risponde (tempo necessario per la correzione di 400 compiti: 2/3 ore). Per la correzione delle domande aperte, invece, si è fatto ricorso a strumenti classici (penna blu e penna rossa).

Avvertenza: Gli eventuali errori di assegnazione della corretta risposta vero/falso, o nella risoluzione degli esercizi, sono stati corretti volta per volta — le correzioni potrebbero non essere presenti nelle pagine che seguono.

Istituzioni di Matematica I — Compito di pre-esonero
22 Ottobre 2019 — Compito n. 00001 — ☐☐☐☐☐☐☐☐☐■

Istruzioni: le prime due caselle (**V** / **F**) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "**C**" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data.
Per selezionare una casella, annerirla completamente: ■ (non ☒ o ☑).

Nome: ______________________

Cognome: ______________________

Matricola: ☐☐☐☐☐☐☐

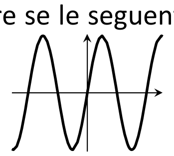
Punteggi: 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D	5A	5B	5C	5D	6A	6B	6C	6D	7A	7B	7C	7D	8A	8B	8C	8D
V	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
C	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

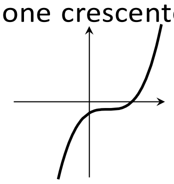
1) Sia $E = \{x \in \mathbb{R} : |9x - 7| < 4\}$.
1A) E è un intervallo di $\mathbb{R}$.
1B) E non ammette minimo.
1C) L'estremo superiore di E è 11.
1D) L'insieme E contiene due punti a distanza $\frac{8}{9}$.

2) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.
2A) Il rapporto incrementale di $f(x) = 4x^2$ tra $x_0 = -4$ e $x_1 = 4$ vale 0.
2B) Sia f una funzione tale che $f(-2) = 8$ e $f(7) = 3$. Allora il rapporto incrementale tra i punti $x_0 = -2$ e $x_1 = 7$ vale $\frac{11}{5}$.
2C) Il rapporto incrementale di $f(x) = 4x + 7$ tra $x_0 = -2$ e x_1 tale che $x_1 - 8 = x_0 + 7$ vale 4.
2D) Il rapporto incrementale di $f(x) = |x - 10|$ tra $x_0 = -3$ e $x_1 = 3$ vale -1.

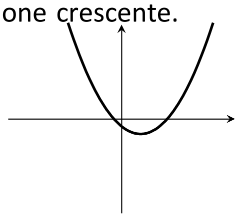
3) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.



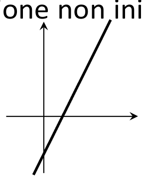
3A) Questo è il grafico di una funzione crescente.



3B) Questo è il grafico di una funzione crescente.



3C) Questo è il grafico di una funzione non iniettiva.



3D) Questo è il grafico di $|2 - 2x|$.

4) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.
4A) Se $f(x) = 3x\ 1$, allora la controimmaginedi $y = 3$ è $x = 8$.
4B) Se $f(x) = x|\ 5$, |la controimmagine di $[0, 3]$ è $[0, 8]$.
4C) Se $f\ (x) = 4\ x\ (6\ x)$, allora la controimmagine di 36 è formata da un solo punto.
4D) Se $f(x) = x^2 + 4$, la controimmagine di $[5, 8]$ è un intervallo.

Istituzioni di Matematica I — Primo compito di esonero
28 Ottobre 2019 — Compito n. 00001 — ☐☐☐☐☐☐☐☐☐■

Istruzioni: le prime due caselle (**V** / **F**) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "**C**" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data.
Per selezionare una casella, annerirla completamente: ■ (non ☒ o ☑).

Nome: ______________________

Cognome: ______________________

Matricola: ☐☐☐☐☐☐☐

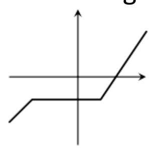
Punteggi: 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

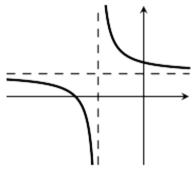
	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D	5A	5B	5C	5D	6A	6B	6C	6D	7A	7B	7C	7D	8A	8B	8C	8D
V	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
C	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

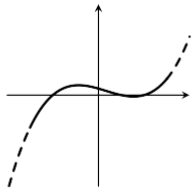
1) Sia $E = \{x \in \mathbb{R} : |4x - 7| < 7\} \cup \{\frac{21}{4}\}$.
1A) E non è un intervallo.
1B) E non ha minimo.
1C) L'estremo inferiore di E è $\frac{7}{2}$.
1D) E contiene due punti a distanza $\frac{7}{2}$.

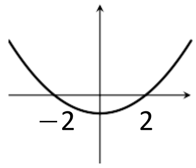
2) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:
2A) Il rapporto incrementale della funzione $f(x) = x^2 - 3x - 3$ tra i punti $x_0 = -2$ e $x_1 = 2$ vale 0.
2B) Se $f(x_0) = 10$ e $f(x_0 + 2) = 11$, il rapporto incrementale della funzione f tra i punti x_0 e $x_1 = x_0 + 2$ vale $-\frac{1}{2}$.
2C) Il rapporto incrementale della funzione $f(x) = 3x^2$ tra i punti $x_0 = -4$ e $x_1 = x_0 + 9$ vale 3.
2D) Il rapporto incrementale della funzione $f(x) = |x - 10|$ tra i punti $x_0 = 7$ e $x_1 = 13$ vale 0.

3) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

3A) 
Questo è il grafico di una funzione strettamente crescente

3B) 
Questo è il grafico di una funzione decrescente

3C) 
Questo è il grafico di una funzione non suriettiva

3D) 

Questo è il grafico di $f(x) = x^2 - 4$

4) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:
4A) Se $f(x) = x^2 - 12x$, la controimmagine di $y = -36$ è $x = 6$.
4B) Se $f(x) = |12x - 7|$, la controimmagine di $[0, 7]$ è $[0, \frac{7}{6}]$.
4C) Se $f(x) = -4x(2 - x)$, la controimmagine di $y = 0$ è composta da un solo punto.
4D) Se $f(x) = 4x^2 + 7$, la controimmagine di $[11, 23]$ è un intervallo.

Istituzioni di Matematica I — Compito di pre-esonero
25 Novembre 2019 — Compito n. 00001 — □□□□□□□□□■

Istruzioni: le prime due caselle (**V** / **F**) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "**C**" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data.
Per selezionare una casella, annerirla completamente: ■ (non ☒ o ☑).

Nome: ______________________

Cognome: ______________________

Matricola: □□□□□□□

Punteggi: 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D
V	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
F	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
C	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□

1) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

1A)
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{4x^2-2}{3x^3+2x^2+1} = 0\,.$$

1B)
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(1+4\,x)}{5\,x} = \frac{4}{5}\,.$$

1C)
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{10\,x^2}-1}{11\,x} = 0\,.$$

1D)
$$\lim_{x\to 6} \frac{\sin(10\,(x-6))}{11\,(x-6)} = 1\,.$$

2) Sia
$$f(x) = x^2 + 2\,|x^2-4|\,.$$

2A) f non è una funzione continua su $\mathbb{R}$.
2B) f non ha minimo su $\mathbb{R}$.
2C) Esiste x_0 in $\mathbb{R}$ tale che $f(x_0) = 0$.
2D) f ha massimo assoluto su $[-3, 3]$.

3) Sia
$$f(x) = e^{3\,|x|}\,.$$

3A) f non è continua su $\mathbb{R}$.
3B) f è derivabile in $x_0 = 0$.
3C) Il minimo assoluto di f è 1.
3D) $f(\mathbb{R}) = [1, +\infty)$.

4) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false. $T_2(x, 0)$ e $T_3(x, 0)$ sono i polinomi di Taylor di ordine 2 e 3 nel punto $x_0 = 0$.

4A) Se $f(x) = \ln(1+2\,x)$, $T_2(x, 0) = 2\,x - 2\,x^2$.
4B) Se $f(x) = x\,e^{6\,x^2}$, $T_3(x, 0) = x + 6\,x^3$.
4C) Si ha $\cos(5\,x^2) = 1 - \frac{25}{2}\,x^4 + o(x^4)$.
4D) Si ha $x^2\,\sin(6\,x) = 6\,x^2 + o(x^2)$.

Docente: ______________________

	Cognome	Nome	Matricola	Compito 00001

5) Sia

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 4 & \text{se } x \geq 0, \\ \sin(4x) + 4 & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

a1) Dire perché f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **a2)** Dimostrare che f è continua in $x_0 = 0$.
b1) Dire perché f è derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **b2)** Dimostrare che f è derivabile in $x_0 = 0$.
c1) Dimostrare che f è illimitata superiormente in $\mathbb{R}$. **c2)** Dire quale teorema garantisce che f è limitata in $[-4, 2]$.
d1) Dimostrare che f ha minimo in $\mathbb{R}$. **d2)** Trovare almeno due punti di minimo assoluto di f.

□□□□□□□□ **Cognome** **Nome** **Matricola** **Compito 00001**

6) Sia

$$f(x) = 5\,e^{x} + 5\,e^{-x}\,.$$

a1) Quali sono le condizioni necessarie sulla derivata prima affinché un punto x_0 sia di massimo o di minimo relativo per f? **a2)** Determinare tutti i punti di massimo o di minimo relativo per f.

b1) Quale teorema si deve usare per calcolare $f(\mathbb{R})$? **b2)** Determinare $f(\mathbb{R})$ usando tale teorema.

c1) Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 1 di f in $x_0 = 0$. **c2)** Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2 di f in $x_0 = 0$.

d1) Determinare tutti i punti di massimo e minimo relativo di f in $[-3, 3]$. **d2)** Calcolare il massimo e il minimo assoluto di f in $[-3, 3]$.

Istituzioni di Matematica I — Secondo compito di esonero
2 Dicembre 2019 — Compito n. 00001 — □□□□□□□□□■

Istruzioni: le prime due caselle (**V** / **F**) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "**C**" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data.
Per selezionare una casella, annerirla completamente: ■ (non ☒ o ☑).

Nome: ____________________

Cognome: ____________________

Matricola: □□□□□□□

Punteggi: 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D
V	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
F	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
C	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□

1) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

1A)
$$\lim_{x\to-\infty} \frac{5x^2-3}{2x^2+3x-1} = 0\,.$$

1B)
$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sin(2\,x^2)}{11\,x^2} = \frac{2}{11}\,.$$

1C)
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(8\,x)}{9\,x} = 0\,.$$

1D)
$$\lim_{x\to 5} \frac{\ln(8\,x-39)}{7\,(x-5)} = \frac{8}{7}\,. \qquad (\ln(x) = \log_e(x))$$

2) Sia
$$f(x) = (x-3)^2 + 5\,|x^2-10\,x+21|\,.$$

2A) f è una funzione continua su $\mathbb{R}$.
2B) f ha minimo su $\mathbb{R}$.
2C) Non esiste x_0 in $\mathbb{R}$ tale che $f(x_0) = 0$.
2D) f ha massimo assoluto su $[2, 8]$.

3) Sia
$$f(x) = e^{4\,|x-3|}\,.$$

3A) f non è continua su $\mathbb{R}$.
3B) f è derivabile in $x_0 = 3$.
3C) Il minimo assoluto di f è 1.
3D) $f(\mathbb{R})$ $[1, +\infty)$.

4) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false. $T_3(x, 0)$ è il polinomio di Taylor di ordine 3 nel punto $x_0 = 0$.

4A) Se $f(x) = \sin(3\,x)$, $T_3(x, 0) = 3\,x - \frac{9}{2}\,x^3$.
4B) Se $f(x) = x^2\,e^{6\,x}$, $T_3(x, 0) = x^2 + 3\,x^3$.
4C) Si ha $\ln(1 + 2\,x^2) = 2\,x^2 + o(x^2)$ $(\ln(x) = \log_e(x))$.
4D) Si ha $x\cos(3\,x^2) = x + o(x^4)$.

Docente: ____________________

Cognome | Nome | Matricola | Compito 00001

5) Sia

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{se } x \geq 0, \\ 4\cos(4x) & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

a1) Dire perché f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **a2)** Dimostrare che f è continua in $x_0 = 0$.
b1) Dire perché f è derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **b2)** Dimostrare che f è derivabile in $x_0 = 0$.
c1) Dimostrare che f è illimitata superiormente in $\mathbb{R}$. **c2)** Dire quale teorema garantisce che f è limitata in $[-5, 2]$.
d1) Dimostrare che f ha minimo in $\mathbb{R}$. **d2)** Trovare almeno due punti di minimo assoluto di f.

☐☐☐☐☐☐☐☐ **Cognome** **Nome** **Matricola** **Compito 00001**

6) Sia

$$f(x) = 6\,e^{x} + e^{-6\,x}.$$

a1) Indicare le condizioni necessarie sulla derivata prima affinché un punto x_0 sia di massimo o di minimo relativo per f. **a2)** Determinare tutti i punti di massimo o di minimo relativo per f.
b1) Quali teoremi si devono usare per calcolare $f(\mathrm{R})$? **b2)** Determinare $f(\mathrm{R})$ usando tali teoremi.
c1) Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 1 di f in $x_0 = 0$. **c2)** Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2 di f in $x_0 = 0$.
d1) Determinare tutti i punti di massimo e minimo relativo di f in $[-\ln(6), \ln(6)]$. **d2)** Calcolare il massimo e il minimo assoluto di f in $[-\ln(6), \ln(6)]$ ($\ln(x) = \log_e(x)$).

Istituzioni di Matematica I — Compito di pre-esonero
6 Gennaio 2020 — Compito n. 00001 — □□□□□□□□□■

Istruzioni: le prime due caselle (**V** / **F**) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella “**C**” serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data.
Per selezionare una casella, annerirla completamente: ■ (non ☒ o ☑).

Nome: ______________________

Cognome: ______________________

Matricola: □□□□□□□

Punteggi: 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D
V	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
F	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
C	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□

1) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

1A)
$$\int_0^{3\pi} \cos(5x)\,dx = -\frac{2}{5}.$$

1B)
$$\int_0^{\sqrt[3]{3}} \frac{9x^2}{3x^3+1}\,dx = \ln(10).$$

1C)
$$\int_1^5 x\,e^x\,dx = 4\,e^5 - 1.$$

1D)
$$\int_4^6 \frac{dx}{x^2-4x+4} = -\frac{1}{4}.$$

2) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

2A)
$$\int_{-2}^{2} \operatorname{arc\,tg}(x^3)\,dx \quad 0.$$

2B)
$$\int_{-4}^{4} [x^2\sin(x) + |x|]\,dx = 16.$$

2C)
$$\int_{-4}^{4} [x\cos^2(x) + x\,|x|]\,dx > 0.$$

2D)
$$\int_0^5 [10 + 4\sin^3(x)]\,dx < 0.$$

3) Data l’equazione
$$y'(t) = Ay(t) + B, \qquad A,\ B \in \mathbb{R},$$
dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

3A) Fissati A e B in $\mathbb{R}$, esiste un’unica soluzione $y(t)$ tale che $y(0) = 0$.

3B) Se $A = 0$ e $B \neq 0$, esistono soluzioni costanti.

3C) Se $B = 0$ e $A = 0$, $y(t) = 5\,e^{-At}$ è soluzione dell’equazione.

3D) Se $A = 2$, $B = -6$ e $y(0) = 3$, la soluzione è una funzione costante.

4) Data l’equazione
$$y''(t) + Ay'(t) + B\,y(t) = 0, \qquad A,\ B \in \mathbb{R},$$
dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

4A) Fissati A e B in $\mathbb{R}$, esistono infinite soluzioni $y(t)$ dell’equazione.

4B) Se $A = -13$ e $B = 42$, $y(t) = e^{6t}$ è soluzione dell’equazione.

4C) Se $A = -12$ e $B = 36$, $y(t) = t\,e^{-6t}$ è soluzione dell’equazione.

4D) Se $A = 0$ e $B = 36$, e^{6t} è soluzione dell’equazione.

Docente: ______________________

☐☐☐☐☐☐☐☐	**Cognome**	**Nome**	**Matricola**	**Compito 00001**

5) Sia

$$F(x) = \int_0^x [2 + \sin^2(t)]\, dt, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

a1) Quale teorema garantisce che F è una funzione derivabile? **a2)** Dimostrare che F è una funzione crescente.
b1) Calcolare $F(0)$. **b2)** Dimostrare che $F(3) > 0$.
c1) Calcolare $T_1(x; 0)$. **c2)** Dimostrare che F è una funzione dispari.
Usando opportune disuguaglianze: **d1)** Dimostrare che $F(x) \geq 2x$ per ogni $x \geq 0$. **d2)** Calcolare $\lim_{x \to -\infty} F(x)$.

6) Definito $L(z(t)) = z''(t) - 13\,z'(t) + 42\,z(t)$, siano dati i due problemi di Cauchy

$$(P_1)\ \begin{cases} y'(t) = 8\,y(t) - 72\,, \\ y(0) = 0, \end{cases} \qquad (P_2)\ \begin{cases} L(z(t)) = 126\,, \\ z(0) = 4\,,\ z'(0) = 6\,. \end{cases}$$

Sia $y(t)$ la soluzione di (P_1): **a1)** Calcolare $y'(0)$. **a2)** Calcolare $T_2(t;0)$.
b1) Calcolare $y(t)$. **b2)** Dimostrare che $\lim_{t\to+\infty} y(t) = -\infty$.
c1) Scrivere tutte le soluzioni $z_0(t)$ dell'equazione $L(z_0(t)) = 0$. **c2)** Trovare una soluzione particolare $\bar{z}(t)$ dell'equazione $L(\bar{z}(t)) = 126$.
d1) Quante soluzioni $z(t)$ ha (P_2), e perché? **d2)** Calcolare $z(t)$.

Istituzioni di Matematica I — Terzo compito di esonero
13 Gennaio 2020 — Compito n. 00001 — □□□□□□□□□■

Istruzioni: le prime due caselle (**V** / **F**) permettono di selezionare la risposta vero/falso. La casella "**C**" serve a correggere eventuali errori invertendo la risposta data.
Per selezionare una casella, annerirla completamente: ■ (non ☒ o ☑).

Nome: ______________________

Cognome: ______________________

Matricola: □□□□□□□

Punteggi: 1 punto per ogni risposta esatta, 0 punti per risposte sbagliate o lasciate in bianco.

	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D
V	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
F	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
C	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□

1) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

1A)
$$\int_0^4 5e^{5x}\,dx = \frac{e^{20}-1}{5}.$$

1B)
$$\int_0^1 \frac{12x+5}{6x^2+5x+3}\,dx = \ln\frac{14}{3}.$$

1C)
$$\int_0^{5\pi} x\,\sin(x)\,dx = 0.$$

1D)
$$\int_7^8 \frac{dx}{(x-5)(x-6)} = \ln(4/3).$$

2) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

2A)
$$\int_7^{15} (x-11)^3\,dx \quad 0.$$

2B)
$$\int_{-4\pi}^{4\pi} [x\,\cos(x) + |\sin(x/4)|]\,dx = 0.$$

2C)
$$\int_{-11}^{5} [x^3 + \mathrm{arc\,tg}(x)]\,dx < 0.$$

2D)
$$\int_6^{11} [7 - 2\sin^2(x)]\,dx < 0.$$

3) Data l'equazione
$$y'(t) = Ay(t) + B, \qquad A,\ B \in \mathbb{R},$$
dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

3A) Fissati A e B in $\mathbb{R}$, esiste un'unica soluzione $y(t)$ tale che $y(2) = 2$.

3B) Se $A = 0$ e $B = 2$, ogni soluzione $y(t)$ è decrescente.

3C) Se $A = 5$ e $B = -15$, $y(t) = e^{5t} - 3$ è la soluzione dell'equazione.

3D) Se $A = 5$, $B = 20$ e $y(0) = 0$, la soluzione $y(t)$ è tale che
$$\lim_{t\to+\infty} y(t) = 0.$$

4) Data l'equazione
$$y''(t) + Ay'(t) + B\,y(t) = 0, \qquad A,\ B \in \mathbb{R},$$
dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

4A) Fissati A e B in $\mathbb{R}$, esistono infinite soluzioni $y(t)$ dell'equazione tali che $y(0) = 0$.

4B) Se $A = -9$ e $B = 20$, $y(t) = e^{4t} + e^{5t}$ è soluzione dell'equazione.

4C) Se $A = -10$ e $B = 25$, $y(t) = (2 + 5t)\,e^{-5t}$ è soluzione dell'equazione.

4D) Se $A = 0$ e $B = 25$, esistono soluzioni illimitate dell'equazione.

Docente: ______________________

□□□□□□□□	**Cognome**	**Nome**	**Matricola**	**Compito 00001**

5) Sia
$$F(x) = \int_0^x [6\,t + \operatorname{arc\,tg}(5\,t)]\,dt, \qquad x \in \mathbb{R}.$$
a1) Quale teorema garantisce che F è una funzione derivabile? **a2)** Dimostrare che F è una funzione crescente per $x \geq 0$.
b1) Calcolare $F(0)$. **b2)** Dimostrare che $F(-2) > 0$.
c1) Calcolare $T_2(x; 0)$. **c2)** Dimostrare che F è una funzione pari.
d1) Usando opportune disuguaglianze, dimostrare che $F(x) \geq 3\,x^2$ per ogni $x \geq 0$. **d2)** Dimostrare che F ha minimo assoluto su $\mathbb{R}$.

☐☐☐☐☐☐☐☐	**Cognome**	**Nome**	**Matricola**	**Compito 00001**

6) Definito $L(z(t)) = z''(t) + 4\,z(t)$, siano dati i due problemi di Cauchy

$$(P_1)\ \begin{cases} y'(t) = 3\,y(t) + 15\,, \\ y(0) = 0\,, \end{cases} \qquad (P_2)\ \begin{cases} L(z(t)) = 8\,, \\ z(0) = 2\,,\ z'(0) = 2\,. \end{cases}$$

Sia $y(t)$ la soluzione di (P_1): **a1)** Calcolare $y''(0)$. **a2)** Calcolare $T_2(t;0)$. **b1)** Calcolare $y(t)$. **b2)** Dimostrare che $y(t)$ è convessa su $[0,+\infty)$.
c1) Scrivere tutte le soluzioni $z_0(t)$ dell'equazione $L(z_0(t)) = 0$. **c2)** Trovare una soluzione particolare $\bar{z}(t)$ dell'equazione $L(\bar{z}(t)) = 8$.
d1) Quante soluzioni $z(t)$ ha (P_2), e perché? **d2)** Calcolare $z(t)$.