Istituzioni di Matematica II	
CdS	**L-27 Scienze Chimiche**
CFU	6
ore	60
Semestre	I I
Anno	I
Numero medio di studenti	500
Canalizzazione	Sì (4 canali)
Referente del Gruppo di Lavoro	Filomena Pacella

2. RESOCONTO

Calendario degli incontri
17.02.2022 Incontro tra i docenti degli Insegnamenti di Base e la Presidente del CAD per confrontarsi sui programmi e stilare le schede.

Criticità emerse
In ingresso, tipicamente si riscontra come una parte degli studenti non abbia assimilato pienamente i concetti fondamentali relativi allo studio di funzioni di una variabile e talvolta si evidenziano carenze nell'utilizzo di metodi di algebra elementare che dovrebbero essere stati appresi nella scuola superiore (equazioni e disequazioni, per esempio).

Azioni correttive proposte
Lo svolgimento delle prove in itinere è una delle possibili azioni correttive. Tutoraggio dedicato principalmente allo svolgimento degli esercizi.

Buone pratiche
Si consiglia fortemente lo svolgimento delle prove di esonero durante il corso, in quanto stimolano l'assiduità dello studio e permettono il superamento dell'esame per buona parte degli studenti

Note e commenti

Programma concordato

1. ALGEBRA LINEARE - Punti di R^n , vettori, prodotto scalare e vettoriale - Definizione di matrice e operazioni con le matrici : addizione, moltiplicazione per uno scalare e prodotto (riga per colonna) di matrici - Matrici quadrate, triangolari e diagonali - Il prodotto di matrici quadrate non è commutativo - Matrice trasposta, trasposta del prodotto di due matrici, matrici che coincidono con la trasposta, matrici simmetriche - Complementi algebrici degli elementi di una matrice quadrata - Determinante di una matrice quadrata e regole di calcolo per matrici di tipo (2, 2), (3, 3) e per matrici triangolari e diagonali - Proprietà del determinante di una matrice, condizioni per l'annullamento del determinante - Teorema di Binet sul determinante del prodotto di matrici - Matrici invertibili e inversa di una matrice - Rango o caratteristica di una matrice - Sistemi lineari di n equazioni in n incognite, omogenei e non , risolubilità nel caso in cui la matrice dei coefficienti abbia determinante diverso da zero (Teorema di Cramer) - Sistemi lineari di m equazioni in n incognite, condizione per l'esistenza di soluzioni (Teorema di Rouché Capelli) , metodo di risoluzione - Matrici di tipo (m,n) come applicazioni lineari tra R^n e R^m, immagine e nucleo - Autovalori e autovettori di una matrice, equazione caratteristica, ricerca di autovalori e autovettori per matrici di tipo (2, 2).

2. CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI REALI DI PIU' VARIABILI - Distanza fra punti di R^2 o di R^n - Limiti e continuità per funzioni reali di più variabili, operazioni con i limiti, forme indeterminate - Insiemi limitati, aperti, chiusi e punti di frontiera di un insieme - Derivate parziali, vettore gradiente, regole di derivazione - Definizione di piano tangente per funzioni di due variabili di classe C^1 , approssimazione con funzioni lineari - Derivate direzionali, formula del gradiente per il calcolo delle derivate direzionali - Derivate successive, matrice hessiana , teorema di Schwarz sull'inversione dell'ordine delle derivate - Minimi e massimi relativi ed assoluti - Teorema di Weierstrass sull'esistenza del minimo e massimo per funzioni continue in insiemi chiusi e limitati - Punti critici e teorema di Fermat - Studio delle forme quadratiche relative a matrici simmetriche di tipo (2,2) - Condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza di massimi o minimi relativi, studio dei punti critici, punti di sella - Ricerca di minimi e massimi assoluti per funzioni di due variabili.

3. FUNZIONI VETTORIALI - Limiti e continuità per funzioni vettoriali - Derivazione di funzioni vettoriali, matrice jacobiana - Curve nel piano e nello spazio - Curve regolari o regolari a tratti, vettore e versore tangente , velocità scalare - Rappresentazioni parametriche di curve piane in coordinate polari - Rappresentazione parametrica del grafico di una funzione scalare di una variabile - Lunghezza di una curva regolare - Integrale curvilineo (di prima specie) di una funzione scalare - Campi vettoriali nel piano o nello spazio, rotore e campi irrotazionali (o chiusi), divergenza di un campo vettoriale - Campi conservativi, primitive o potenziali di un campo vettoriale - Un campo conservativo è sempre irrotazionale ma non vale il viceversa - Insiemi aperti connessi o semplicemente connessi - Un campo irrotazionale in un aperto semplicemente connesso ´e conservativo - Ricerca delle primitive di un campo conservativo - Integrale curvilineo (di seconda specie)(o lavoro del campo lungo una curva) di un campo vettoriale - Calcolo di integrali curvilinei di campi vettoriali conservativi mediante una primitiva. 4. CALCOLO INTEGRALE PER FUNZIONI REALI DI PIU' VARIABILI - Integrali doppi di funzioni continue di due variabili definite su rettangoli, definizione e formule di riduzione - Integrali doppi su domini normali o semplici e relative formule di riduzione - Cambiamento di variabili (in coordinate polari) negli integrali doppi - Integrali doppi generalizzati per funzioni non limitate o definite in domini non limitati - Formule di Gauss Green nel piano, calcolo di aree mediante integrali curvilinei - Integrali tripli per funzioni continue di tre variabili definite su parallelepipedi, definizione e formule di riduzione - Cenni su formule di riduzione di integrali tripli su domini più generali – Cenni su integrale di superficie di una funzione continua, flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie, teorema della divergenza - Teorema del rotore o di Stokes.

2. TABELLA SYLLABUS.

1. Matematica di base

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Aritmetica	X			
Proporzioni e percentuali	X			
Equazioni di 1 e 2 grado	X			
Insiemi numerici	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Retta reale e piano cartesiano		X		
Geometria analitica nel piano e nello spazio		X		
Numeri complessi		X	Fisica II, Chimica Fisica	
Insiemistica e logica	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Dimostrazioni dirette, per assurdo e per induzione	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Combinatoria		X		

2. Algebra lineare

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Vettori del piano e dello spazio		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Teoria degli spazi vettoriali		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Calcolo con matrici		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Determinante e rango		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Sistemi lineari		X	Chim Fis II, Fis I e II	
Forme quadratiche				X

3. Funzioni

	Prerequisito	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Iniettività, suriettività, invertibilità		X	Conoscenza di base	
Operazioni elementari sui grafici		X	Conoscenza di base	
Simmetrie, periodicità		X	Conoscenza di base	
Monotonia		X	Conoscenza di base	
Funzioni affini, equazioni e disequazioni		X	Conoscenza di base	
Funzione valore assoluto		X	Conoscenza di base	
Polinomi di secondo grado	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Potenze e radici ennesime	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Potenze con esponente reale	X (rivisti in Ist. Mat I)			
Esponenziali		X	Conoscenza di base	
Logaritmi	X (rivisti in Ist. Mat I)		Conoscenza di base	
Funzioni trigonometriche	X (rivisti in Ist. Mat I)			

Formule trigonometriche	X (rivisti in Ist. Mat I)			

4. Limiti

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Concetto di limite	X	Conoscenza di base	
Limiti notevoli	X	Conoscenza di base	
Comportamento asintotico	X	Conoscenza di base	
Successioni numeriche	X	Conoscenza di base	
Serie numeriche	X	Conoscenza di base	
Asintoti	X	Conoscenza di base	
Continuità	X	Conoscenza di base	
Classificazione delle discontinuità	X	Conoscenza di base	
Teoremi sulle funzioni continue (zeri, Weierstrass)	X	Conoscenza di base	
Uniforme continuità			X
Infiniti, infinitesimi, confronto	X	Conoscenza di base	

5. Derivate

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Concetto di derivata	X	Conoscenza di base	
Calcolo delle derivate	X	Conoscenza di base	
Teoremi di base del Calcolo Differenziale (Fermat, Rolle, Lagrange)	X	Conoscenza di base	
Convessità e concavità	X	Conoscenza di base	
Studio di funzione	X	Conoscenza di base	
Teoremi avanzati del Calcolo Differenziale (Hopital, Taylor)	X	Conoscenza di base	

6. Integrali

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Integrali definiti	X	Conoscenza di base	
Funzioni integrabili	X	Conoscenza di base	
Primitive	X	Conoscenza di base	
Teorema fondamentale del calcolo integrale	X	Conoscenza di base	
Integrazione per parti	X	Conoscenza di base	
Integrazione per sostituzione	X	Conoscenza di base	
Integrazione delle funzioni razionali			X
Ulteriori metodi di integrazione			X
Volume di solidi di rotazione			X
Area di superfici di rotazione			X
Lunghezza di un grafico			X

7. Equazioni differenziali

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Teorema di esistenza e unicità generale	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Lineari del primo ordine	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Lineari del secondo ordine omogenee	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Lineari del secondo ordine non omogenee	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Variabili separabili	X	Chim Fis e Chim. Ind.	
Solo qualche esempio applicativo	X	Chim Fis e Chim. Ind.	

8. Biostatistica

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Eventi casuali e probabilità			X
Probabilità condizionata e formula di Bayes			X
Distribuzioni discrete			X
Distribuzioni continue			X
Legge dei grandi numeri			X
Teorema del limite centrale			X
Statistica descrittiva			X
Test statistici			X
Uso di R			X
Uso di Excel			X

9. Altro argomento da segnalare

	Richiesto	Argomenti correlati nel CdS	Non necessario
Serie e trasformate di Fourier	X	Chimica Fisica, Spettroscopia	
Analisi funzioni a più variabili (gradiente, Hessiana, integrazione, Laplaciano)	Svolto nel programma di Ist. Mat II	Fisica II, Chimica Fisica II	
Divergenza e Rotore, teorema di Stokes	Svolto nel programma di Ist. Mat II	Fisica II, Chimica Fisica II	

3. Esempi di esercizi d’esame/fogli di esercizi

Sono riportati di seguito alcuni esempi di esercizi d’esame forniti dai docenti e dalle docenti del corso e svolti negli ultimi anni accademici.

D

I ESONERO DI ISTITUZIONI MATEMATICA II - 20/4/2016

Nome e matricola :

Esercizio 1. (Punti 10) - Si consideri il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} x_4 - x_1 + x_2 + 1 = 0 \\ x_3 + 2x_4 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$$

i) stabilire se ammette soluzioni motivando la risposta
ii) trovare tutte le soluzioni
iii) detta A la matrice dei coefficienti del sistema e L_A l'applicazione lineare corrispondente, stabilire se L_A é iniettiva, suriettiva o biettiva (o equivalentemente determinarne il nucleo e l'immagine).

Esercizio 2. (Punti 3 o punti -1) - Sia A la matrice :

$$\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{6} \\ -\sqrt{6} & 2 \end{pmatrix}$$

I suoi autovalori λ_1 e λ_2 sono :

(D) $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = 2$; (A) $\lambda_1 = 3$ e $\lambda_2 = -2\sqrt{6}$

(B) $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 4$; (C) $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 0$.

Risposta : $\boxed{}$

Esercizio 3. (Punti 2 o punti -1) - Sia A la matrice :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

e $v = (v_1, v_2, v_3)$ un generico vettore in $\mathbb{R}^3$.

Il punto Av é :

(B) $(v_1, 0, -3v_3)$; (C) $(v_1, 2v_2, -3v_3)$

(D) $(v_2 + 2v_1, v_2 - 3v_3, -3v_3)$; (A) $(v_1 + 2v_2, 2v_2, v_2 - 3v_3)$

Risposta : $\boxed{}$

Esercizio 4. (Punti 10) - Per la seguente funzione di due variabili :

$$f(x, y) = (x^3 - 27)y^3 + x^3 + 4$$

i) trovare i punti critici in tutto l'insieme di definizione
ii) stabilire se i punti critici sono estremi relativi o punti di sella
iii) considerato l'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2,\ x \in [0, 3]\ ,\ y \geq 0\}$ stabilire se la funzione é limitata inferiormente e/o superiormente in D e trovare gli eventuali punti di minimo o massimo assoluti.

Esercizio 5. (Punti 3 o -1) - Il piano tangente al grafico della funzione $f(x, y) = 2\sin(xy) + e^{x-1}$ nel punto $P = (1, \frac{\pi}{2})$ ha equazione :

(C) $z = 2x + y + 2$; (D) $z = x + 2$

(A) $z = x + y + e$; (B) $z = x + e$

Risposta : ☐

Esercizio 6. (Punti 3 o -1) - L'insieme di definizione D della funzione $f(x, y) = \frac{\log(3-x^2-y^2)}{\sqrt{2x}}$ é :

(D) $D = \{(x, y) : |(x, y)| \leq \sqrt{3}$ e $x \geq 0\}$ ed é un insieme chiuso e limitato.

(A) $D = \{(x, y) : |(x, y)| < \sqrt{3}$ e $x > 0\}$ ed é un insieme aperto e limitato.

(B) $D = \{(x, y) : |(x, y)| < \sqrt{3}$ e $x \geq 0\}$ ed é un insieme limitato.

(C) $D = \{(x, y) : |(x, y)| < \sqrt{3}$ e $x > 0\}$ ed é un insieme chiuso e limitato.

Risposta : ☐

Esercizio 7. (Punti 2 o -1) - Sia $f(x, y) = \log(x^2 + y^2 + 1) + \sin x$. La derivata direzionale di f nel punto $(0, 1)$ e nella direzione del versore $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ é :

(B) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; (C) 2 ; (D) $\sqrt{3} - 1$; (A) $\sqrt{3} - \frac{1}{2}$

Risposta : ☐

II ESONERO DI ISTITUZIONI MATEMATICA II - 14/6/2017

Nome e matricola :

Esercizio 1. (Punti 10) - Sia F il campo vettoriale definito da :

$$F(x, y) = \left(\log(x+y) + \frac{x}{x+y}, \frac{x}{x+y} \right)$$

i) determinare l'insieme di definizione di F, l'insieme in cui F é irrotazionale e l'insieme in cui F é conservativo.

ii) trovare una primitiva di F

iii) calcolare $\int_\gamma F$ dove γ é la circonferenza di centro $P = (2, 2)$ e raggio $R = 1$.

Esercizio 2. (Punti 3 o punti -1) - Si consideri la funzione $f(x, y, z) = z$ e sia γ la curva in $\mathbb{R}^3$ definita da :

$$\gamma(t) = (3 \sin t \ , \quad 3 \cos t \ , \quad 4t) \ , \quad t \in [0, \pi].$$

L' integrale : $\int_\gamma f(x, y, z) ds$ é uguale a :

(A) 0 ; (B) $10\pi^2$

(C) 20π ; (D) $5\pi^2$.

Esercizio 3. (Punti 2 o punti -1) - Sia γ la curva piana che é rappresentata dall'equazione in coordinate polari : $\rho(\vartheta) = 2\vartheta^2$, $\vartheta \in [0, \pi]$. La sua velocitá scalare é :

(A) $\sqrt{2\vartheta^2 + 4\vartheta}$; (B) $(1 , 4\vartheta)$

(C) $\sqrt{4\vartheta^4 + 16\vartheta^2}$; (D) 4ϑ

Esercizio 4. (Punti 10)

i) Calcolare :

$$\int\int_D y \; dx\,dy$$

dove D é il dominio compreso fra l'asse delle ascisse e il grafico della funzione $g(x) = \cos x$, $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

ii) Calcolare :

$$\int\int_D |y| \quad dx\,dy$$

dove $D = \{(x, y) \;:\; |y| \leq \cos x, x \in [0, \frac{\pi}{2}]\}$

Esercizio 5. (Punti 3 o -1) Sia $D = \{(x, y) \ : \ x > 0\}$ e $f(x, y)$ una funzione continua. Allora $\int\int_D f(x, y) \ dx\,dy$ é uguale a :

(A) $\lim_{b\to+\infty} \int\int_{[0,b]\times[0,b]} f(x, y)\,dx\,dy$

(B) $\lim_{b\to+\infty} \int\int_{[0,b]\times[-b,b]} f(x, y)\,dx\,dy$

(C) $\lim_{R\to+\infty} \int\int_{B_R} f(x, y)\,dx\,dy$; B_R é il cerchio di centro $(0, 0)$ e raggio R.

(D) $\lim_{b\to+\infty} \int\int_{[-b,b]\times[-b,b]} f(x, y)\,dx\,dy$

Esercizio 6. (Punti 3 o -1) - Sia $D = \{(x, y) \ : \ x^2 + y^2 \le 2\} \bigcap \{(x, y) \ : \ y > 0\}$ e $f(x, y) = x - y$. Allora $\int\int_D f(x, y) \ dx\,dy$ dopo il cambiamento di variabili in coordinate polari diventa :

(A) $\int_0^\pi \left[\int_0^{\sqrt{2}} \rho^2(\cos\vartheta - \sin\vartheta)d\rho\right]d\vartheta$

(B) $\int_0^{\sqrt{2}} \left[\int_0^\pi \rho(\cos\vartheta - \sin\vartheta) d\vartheta\right]d\rho$

(C) $\int_0^\pi \left[\int_0^{\sqrt{2}} \rho \ d\rho\right]d\vartheta$

(D) $\int_0^{\sqrt{2}} \left[\int_0^\pi \sqrt{2}\rho^2(\cos\vartheta - \sin\vartheta) \ d\rho\right]d\vartheta$

Esercizio 7. (Punti 2 o -1) - Sia F il campo vettoriale in $\mathbb{R}^3$ definito da :

$$F(x, y, z) = \left(y - x \ , \ z^2 \ , \ 2 \right)$$

il rotore di F é :

(A) $rotF = (0\ ,\ 0\ ,\ 0)$; (B) $rotF = 2z$

(C) $rotF = (1\ ,\ -2z\ ,\ 1)$; (D) $rotF = (-2z\ ,\ 0\ ,\ -1)$

ISTITUZIONI MATEMATICA II - CANALE A-L - 22/6/2017

Nome e matricola :

Esercizio 1. (Punti 6) - Si consideri il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} 2x - 2z = -4y \\ 3x + z - 1 = 0 \\ 2\_\ 2z = 6x \\ y + z = x + 2 \end{cases}$$

i) stabilire se ammette soluzioni e quante ne ammette (motivando la risposta)

ii) trovare tutte le soluzioni (utilizzando la teoria delle matrici).

Esercizio 2. (Punti 6) - Sia F il campo vettoriale definito da :

$$F(x, y) = \frac{1}{+1} \sin(x + y) + \log(x + 1)\cos(x + y) \quad , \quad \log(x + 1)\cos(x + y)x$$

i) determinare l'insieme di definizione di F , l'insieme in cui F é irrotazionale e l'insieme in cui F é conservativo

ii) trovare le eventuali primitive di F .

Esercizio 3. (Punti 6) - Per la seguente funzione di due variabili :

$$f(x, y) = (2x - 1)^2 + e^y(2x - 1)(y - 1)$$

i) trovare i punti critici in tutto l'insieme di definizione
ii) stabilire se i punti critici sono estremi relativi o punti di sella

Esercizio 4. (Punti 3 o punti -1) - Sia A la matrice :

$$\begin{matrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{matrix}$$

La sua matrice inversa é :

(A) $\begin{matrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{matrix}$; (B) $\begin{matrix} 0 & 1 \\ 1/2 & -1 \end{matrix}$

(C) $\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$; (D) non ammette inversa.

Esercizio 5. (Punti 2 o -1) - Sia D il dominio del piano, situato nel primo quadrante, limitato dalla curva di equazione $e^x - y + 1 = 0$ e dalle rette di equazione $x = 0$ e $y = e + 1$. Allora vale la formula :

(A) $\int\int_D x^2y \; dx\,dy = \int_0^1 [\int_1^{e+1} x^2y\,dy]\,dx$

(B) $\int\int_D x^2y \; dx\,dy = \int_0^1 [\int_0^{e^x+1} x^2y\,dx]\,dy$

(C) $\int\int_D x^2y \; dx\,dy = \int_0^1 [\int_{e^x+1}^{e+1} x^2y\,dy]\,dx$

(D) $\int\int_D x^2y \; dx\,dy = \int_0^{e^x+1} [\int_0^1 x^2y\,dx]\,dy$

Esercizio 6. (Punti 2 o -1) - L'insieme di definizione D della funzione

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{y}$$

é :

(A) $D = \{(x, y) : y \;/\!= 0 \;\text{ e }\; -1 \leq x \leq 1\}$

(B) $D = \{(x, y) : y \neq 0 \;\text{ e }\; x \geq 1 \;\text{ o }\; x \leq -1\}$

(C) $D = \{(x, y) : y > 0 \;\text{ e }\; x \geq 1 \;\text{ o }\; x \leq -1\}$

(D) $D = \{(x, y) : y > 0 \;\text{ e }\; x > 1 \;\text{ o }\; x < -1\}$

Esercizio 7. (Punti 2 o punti -1) - Sia γ la curva piana che rappresenta il grafico della funzione : $f(x) = x \log(x + 1)$, $x \in [0, 2]$. Il vettore tangente alla curva in $x = 1$ é :

(A) $\log 2 + \frac{1}{2}$; (B) $(0 , \frac{1}{2})$

(C) $(1 , \frac{1}{2})$; (D) $(1 , \frac{2\log 2+1}{2})$

Esercizio 8. (Punti 3 o -1) - Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1 \text{ e } x \geq 0\}$. L'integrale doppio :

$$\int\int_D x^2 + y^2 + 2 \; dx\, dy$$

é uguale a :

(A) $\frac{7}{3}\pi$

(B) $\frac{14}{3}\pi$

(C) $\frac{5}{4}\pi$

(D) $\frac{5}{4}$

Esercizio 9. (Punti 3 o -1) - Sia F il campo vettoriale definito da :

$$F(x, y, z) = \left(2\,,\; x^2 + y^2,\; z\right)$$

e γ la curva : $\gamma(t) = (\cos t\,,\; \sin t\,,\; t)$ $\quad t \in [0, 4\pi]$. Si ha :

(A) $\int_\gamma F = 8\pi^2$

(B) $\int_\gamma F = 2 + 8\pi$

(C) $\int_\gamma F = 12\pi + 8\pi^2$

(D) $\int_\gamma F = 4\pi$