Proposta di conferimento del titolo di Emerito al
prof. Enrico Arbarello

Al Preside della Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali di Sapienza Università di Roma:

Visto il regolamento per il conferimento del titolo di Professore Emerito e di Professore Onorario recentemente approvato dal consiglio di Facoltà, i sottoscritti:
Prof. Lucio Boccardo (Dipartimento di Matematica)
Prof. Maurizio Cornalba (Dipartimento di Matematica, Università di Pavia)
Prof. Corrado De Concini (Dipartimento di Matematica)
Prof. Giovanni Jona-Lasinio (Professore Emerito, Facoltà di Scienze M.F.N.)
Prof. Victor Kac (Department of Mathematics, MIT)
Prof. Marco Manetti (Dipartimento di Matematica)
Prof. Kieran O'Grady (Dipartimento di Matematica)
Prof. Giorgio Parisi (Dipartimento di Fisica)
Prof. Claudio Procesi (Professore Emerito, Facoltà di Scienze M.F.N.)
Prof. Riccardo Salvati Manni (Dipartimento di Matematica)
Prof. Edoardo Sernesi (Dipartimento di Matematica, Università di Roma 3)
propongono di conferire il titolo di Professore Emerito al collega Enrico Arbarello.

Descrizione dei Principali Contributi Scientifici

Enrico Arbarello è da molti anni uno dei massimi esperti mondiali della teoria delle curve algebriche (superfici di Riemann). Le curve algebriche sono al centro della ricerca in Geometria Algebrica fin dai tempi di Bernhard Riemann (più di 150 anni fa), e si trovano all'intersezione tra Geometria Proiettiva, Geometria Differenziale, Fisica Matematica, Topologia.

Il percorso scientifico di Arbarello si può dividere grosso modo in quattro fasi.

1. Riscoperta della Geometria Algebrica classica ("Italiana").

2. Problema di Schottky ed equazioni alle derivate parziali di Kadomtsev-Petviashvili.

3. Spazi di moduli di curve.

4. Curve algebriche e superfici $K3$; mappa di Wahl e relativa congettura.

1. Riscoperta della Geometria Algebrica classica. La rifondazione della Geometria Algebrica operata negli anni '50-'60, mise in ombra il lavoro delle generazioni precedenti, in

Prot. n. 101
del 25/01/2017
Classif. I/16

particolare quello della scuola italiana di Geometria Algebrica (Castelnuovo, Enriques, Severi, e molti altri), accusata, alcune volte a ragione, di scarso rigore. A partire dagli anni '70 si è riscoperto il valore della scuola italiana, ed Enrico Arbarello è stato tra i protagonisti di questa riscoperta. Due problemi "classici" studiati intensamente in quel periodo sono stati la congettura di Petri sui divisori speciali su una curva generica, e il problema di Severi, cioè dimostrare che la varieta' $V_{d,g}$ che parametrizza le curve piane di grado d, e genere geometrico $g \leq (d-1)(d-2)/2$, è irriducibile. Nell'articolo [7] vengono migliorati risultati di Beniamino Segre su curve provviste di g_d^1, e, come conseguenza, viene dimostrato che alcuni spazi di Hurwitz sono unirazionali. Le tecniche usate sono per lo più di tipo classico, con l'eccezione di un Lemma chiave di Teoria della deformazione. L'articolo [11] riguarda il problema di Severi; Arbarello e Cornalba allargano l'insieme dei valori di (d, g) per cui l'affermazione è vera[1]. Analogamente al caso precedente, Arbarello e Cornalba fanno uso di un risultato non classico dovuto a Fulton e Lazarsfeld (l'irriducibilità della varietà che parametrizza le g_d^r su una curva generica, nel caso in cui il numero di Brill-Noether sia strettamente positivo). Il libro [14] è una introduzione alla teoria delle curve algebriche centrata sul comportamento delle serie speciali, e quindi sulla congettura (ora dimostrata) di Petri; lo si può vedere come una versione contemporanea del classico libro di Enriques e Chisini, ed a sua volta è già un classico.

2. Problema di Schottky ed equazioni alle derivate parziali di Kadomtsev-Petviashvili. Data una superficie di Riemann Σ di genere g, la sua matrice dei periodi (definita a meno dell'azione di $Sp(2g, \mathbb{Z})$) è un elemento dello spazio di Siegel $\mathcal{H}_g$ delle matrici simmetriche $g \times g$ a parte immaginaria definita positiva. Il classico problema di Schottky è di caratterizzare gli elementi di $\mathcal{H}_g$ che sono matrici dei periodi di superfici.

A metà degli anni '70 Krichever ha mostrato che l'equazione di Kadomtsev-Petviashvili (detta KP)

$$\frac{3}{4}u_{yy} - (u_t - \frac{1}{4}(u_{xxx} - 6uu_x))_x = 0$$

ammette soluzioni quasi periodiche che si possono esprimere mediante la funzione theta della matrice dei periodi della superficie di Riemann Σ. S.P. Novikov ha congetturato che questo fatto caratterizzasse, almeno fra gli elementi indecomponibili di $\mathcal{H}_g$, tali matrici dei periodi.

In effetti l'equazione KP è la prima in una gerarchia di equazioni e la funzione theta della matrice dei periodi della superficie di Riemann Σ fornisce soluzioni di tutte le equazioni nella gerarchia. In [12] si dimostra che il fatto che la funzione theta di un elemento indecomponibile di $\mathcal{H}_g$ fornisca soluzioni di un numero finito di equazioni della gerarchia caratterizza le matrici dei periodi di superfici di Riemann di genere g.

La soluzione completa della congettura di Novikov è stata in seguito ottenuta da Shiota (1986). In [19] viene data una versione semplificata della dimostrazione di Shiota.

[1] Nel 1986 Joseph Harris ha dimostrato che $V_{d,g}$ è irriducibile per ogni (d, g).

3. Spazi di moduli di curve. La costruzione (da parte di D. Mumford, e di F. Knudsen, D. Mumford, P. Deligne) dello spazio dei moduli delle curve $\mathcal{M}_{g,n}$ lisce di genere g con n punture, e della sua compattificazione $\overline{\mathcal{M}}_{g,n}$ data dalle curve stabili, ha portato naturalmente allo studio dei gruppi di coomologia di $\mathcal{M}_{g,n}$ e di $\overline{\mathcal{M}}_{g,n}$. Questo sviluppo naturale, e interno alla matematica, si è sovrapposto a sorprendenti predizioni matematiche, ma di origine fisica, riguardanti $\mathcal{M}_{g,n}$ (e molti altri spazi di moduli), dovute a Witten e ad altri cultori della teoria delle stringhe, che sono state poi dimostrate rigorosamente. Nell'articolo [25] Arbarello e Cornalba precisano una congettura di Kontsevich sulla relazione tra classi di omologia combinatorie su $\mathcal{M}_{g,n}$, definite a partire dai differenziali quadratici, e classi di coomologia di natura algebro-geometrica, e la dimostrano in alcuni casi. Gli autori fanno un uso cruciale di risultati provenienti dalla teoria delle stringhe. Nell'articolo [26] gli stessi autori calcolano alcuni dei gruppi di coomologia di $\mathcal{M}_{g,n}$ (per ogni g, n). Alcuni dei risultati erano già noti. Il maggior contributo dell'articolo è di aver introdotto un nuovo metodo per affrontare il problema: gli autori essenzialmente dimostrano che ci si può ridurre a calcolare i gruppi di coomologia dell'unione disgiunta delle componenti del bordo $\overline{\mathcal{M}}_{g,n} \setminus \mathcal{M}_{g,n}$, e siccome ogni tale componente si descrive in termini di spazi di moduli $\mathcal{M}_{g',n'}$ con $g' < g$ e $n' < n$, si può procedere per induzione su g e n.

L'articolo [20] dà una costruzione di uno spazio di moduli di dimensione infinita delle curve puntate di genere g con un parametro locale. Tale spazio risulta essere uno spazio omogeneo infinitesimale rispetto all'algebra di Lie dei campi vettoriali sul cerchio.

Il libro [34], anche se pubblicato nel 2011, rientra in questa fase: è una magistrale presentazione della teoria dei moduli delle curve proiettive (complesse), e dimostra alcuni dei più recenti risultati sulla coomologia e la geometria enumerativa dello spazio dei moduli. Non è esagerato sostenere che i due volumi [14] e [34] rappresentano il trattato di riferimento della moderna teoria delle curve algebriche complesse.

4. Curve algebriche e superfici $K3$. Le superfici $K3$ sono state studiate (almeno) dai tempi di Kummer, e si sono rilevate una fonte inesauribile di profondi risultati in Geometria Algebrica. Le sezioni iperpiane di una superficie $K3$ (algebrica) sono curve canoniche. D'altra parte, una curva canonica generica di genere sufficientemente alto non può essere una sezione iperpiana di una $K3$, per un semplice conto di moduli. Negli anni '80 del secolo scorso, J. Wahl ha scoperto che se una curva canonica è sezione iperpiana di una $K3$, allora la cosiddetta applicazione di Wahl non è suriettiva. Nell'articolo [38] Arbarello, Bruno e Sernesi dimostrano la congettura, rimasta insoluta per più di trenta anni, che afferma che vale un viceversa, e cioè che, se l'applicazione di Wahl di una curva canonica Brill-Noether-Petri generale non è suriettiva, allora la curva è sezione iperpiana di una $K3$, o di una superficie limite di $K3$. (L'articolo [40], di Arbarello e Bruno, mostra che non si può concludere che la curva è sezione iperpiana di una $K3$, va inclusa la possibilità che sia sezione iperpiana di una superficie limite di $K3$.) Uno "spin-off" della serie di lavori su tali problematiche è il bellissimo articolo [41], in cui Arbarello, Bruno, Farkas e Saccà danno famiglie esplicite di curve (di ogni genere) con la proprietà che la generica tale curva è Brill-Noether-Petri generale (in particolare ne segue che, in ogni genere, esiste una curva definita sui razionali che è Brill-Noether-Petri generale).

Curriculum vitae et studiorum

- **Anagrafica:** Enrico Arbarello è nato a Roma il 26 Novembre 1945.
- **Titoli Accademici:**

  1969: Laurea in Matematica con lode, Università di Roma, Italy.

  1973: Ph.D. in Mathematics, Columbia University, NY, NY, USA.
- **Posizioni Accademiche:**

  1973-1975: Benjamin Pierce Assistant Professor, Harvard.

  1975-1976: Assistente incaricato Università di Ferrara.

  1976-1978: Professore incaricato esterno Università di Roma.

  1979-1980: Benjamin Pierce Assistant Professor, Harvard,

  1980-1983: Professore straordinario Università di Roma.

  1983-1996: Professore Ordinario Università "La Sapienza", Roma.

  1996-2000: Professore Ordinario SNS di Pisa.

  2000-2016: Professore Ordinario Università "La Sapienza", Roma.
- **Principali posizioni di visitatore:**

  1983: Maître de Recherche, École Polytchnique, Palaiseau, FRANCIA.

  1984-1985: Visiting Professor, Courant Institute, NY University, NY, NY, USA.

  Autunno 1988: Visiting Professor, M.I.T, Cambridge, MA, USA.

  Febbraio-Aprile 1992: Visiting Professor, T.I.F.R., Mumbai, INDIA.

  1993-1994: Member of the Institute for Advanced Study, Princeton, NJ, USA.

  Marzo 1995: Visiting Professor, Institut Henri Poincaré, Paris, FRANCIA.

  1999: Distinguished Visiting Professor, Courant Institute, NY University, NY, NY, USA.

  Febbraio-Maggio 2004: Visiting Professor, Columbia University, NY, NY, USA.

  Primavera 2005: Member of the Institute for Advanced Study, Princeton, NJ, USA.

Ottobre-Novembre 2014: Member of the Institute for Advanced Study, Princeton, NJ, USA.

Ottobre 2016: Visiting Professor, Collège de France, Paris, FRANCIA.

- **Conferenze scelte**

  1985: Invited talk, AMS symposium on Algebraic Geometry, Bowdoin, ME, USA.

  1986: Invited speaker, ICM, Sezione di Geometria Algebrica, Berkeley, CA, USA.

  1987: Invited speaker, AMS symposium on Theta functions, Bowdoin, ME, USA.

  2016: Collège de France, Paris, FRANCIA

- **Premi, onori accademici**

  Medaglia d'oro dei XL per la Matematica, 1985.

  Socio Nazionale dell' Accademia Nazionale dei Lincei dal 2004.

  Socio dell'Accademia Nazionale delle Scienze (detta dei XL) dal 1988.

  Socio dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere dal 2006.

  Membro della European Academy of Science.

  Membro della Academia Europaea dal 2013.

- **Attività editoriale:** Enrico Arbarello è stato nell' editorial board di

  Journal of Differential Geometry,

  Annali di Matematica Pura ed Applicata,

  Journal of The European Mathematical Society,

  International Mathematics Research Papers,

  ed è tuttora nell'editorial board di

  Rendiconti Lincei - Matematica e Applicazioni,

  Annali della Scuola Normale Superiore (Direttore dal 1996 al 2000),

  Communications in Contemporary Mathematics,

  International Mathematics Research Notices.

- **Attività didattica e di divulgazione scientifica** Enrico Arbarello ha tenuto con assiduità lezioni che hanno sempre coinvolto gli studenti. Non a caso nel 2014 è stato premiato dalla nostra Facoltà con un riconoscimento per l'insegnamento universitario. Ha tenuto inoltre numerose conferenze di carattere divulgativo con contenuti scientifici e storici per studenti di ogni ordine e grado.

- **Attività di servizio alla comunità matematica:**

  È stato membro del comitato scientifico della SISSA

  È stato membro del comitato per l'assegnazione della Medaglia Fields nel 2006.

- **Attività di servizio all'ateneo :**

  È stato direttore del Dipartimento di Matematica "G. Castelnuovo"

  È stato membro di numerose commissioni di Dipartimento e Facoltà

- **Fondi di ricerca:**

  È stato coordinatore di vari del progetti di ateneo.

- **Influenza sulla formazione di giovani ricercatori:**

  L'influenza di Enrico Arbarello sulla Matematica romana (e non solo) è stata enorme, sia direttamente che indirettamente. Fra le molte persone che si sono laureate con Arbarello ci sono vari Professori alcuni dei quali presso la nostra Facoltà. Fra le persone che hanno preso il dottorato con Arbarello,

  Gilberto Bini

  Federico De Vita

  Domenico Fiorenza

  Claudio Fontanari

  Gianbattista Marini

  Gabriele Mondello

  Marzia Polito.

Lista completa dei lavori

[1] Enrico Arbarello. "Weierstrass points and moduli of curves". In: *Compositio Math.* 29 (1974), pp. 325–342.

[2] Enrico Arbarello. "Alcune osservazioni sui moduli delle curve appartenenti ad una data superficie algebrica". In: *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8)* 59.6 (1975), 725–732 (1976).

[3] Enrico Arbarello. "On subvarieties of the moduli space of curves of genus g defined in terms of Weierstrass points". In: *Atti Accad. Naz. Lincei Mem. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Sez. Ia (8)* 15.1 (1978), pp. 3–20.

[4] Enrico Arbarello e Edoardo Sernesi. "Petri's approach to the study of the ideal associated to a special divisor". In: *Invent. Math.* 49.2 (1978), pp. 99–119.

[5] Enrico Arbarello e Edoardo Sernesi. "The equation of a plane curve". In: *Duke Math. J.* 46.2 (1979), pp. 469–485.

[6] Enrico Arbarello e Maurizio Cornalba. "On a notable property of the morphisms of a curve with general moduli into a projective space". In: *Rend. Sem. Mat. Univ. Politec. Torino* 38.2 (1980), 87–99 (1981).

[7] Enrico Arbarello e Maurizio Cornalba. "Footnotes to a paper of Beniamino Segre: "On the modules of polygonal curves and on a complement to the Riemann existence theorem" (Italian) [Math. Ann. **100** (1928), 537–551; Jbuch **54**, 685]". In: *Math. Ann.* 256.3 (1981). The number of g_d^1's on a general d-gonal curve, and the unirationality of the Hurwitz spaces of 4-gonal and 5-gonal curves, pp. 341–362.

[8] Enrico Arbarello e Maurizio Cornalba. "On a conjecture of Petri". In: *Comment. Math. Helv.* 56.1 (1981), pp. 1–38.

[9] Enrico Arbarello e Joseph Harris. "Canonical curves and quadrics of rank 4". In: *Compositio Math.* 43.2 (1981), pp. 145–179.

[10] E. Arbarello e C. Ciliberto. "Adjoint hypersurfaces to curves in $\mathbf{P}^r$ following Petri". In: *Commutative algebra (Trento, 1981)*. Vol. 84. Lecture Notes in Pure and Appl. Math. Dekker, New York, 1983, pp. 1–21.

[11] Enrico Arbarello e Maurizio Cornalba. "A few remarks about the variety of irreducible plane curves of given degree and genus". In: *Ann. Sci. École Norm. Sup. (4)* 16.3 (1983), 467–488 (1984).

[12] Enrico Arbarello e Corrado De Concini. "On a set of equations characterizing Riemann matrices". In: *Ann. of Math. (2)* 120.1 (1984), pp. 119–140.

[13] Enrico Arbarello e Corrado De Concini. "An analytical translation of a criterion of Welters and its relation with the K.P. hierarchy". In: *Algebraic geometry, Sitges (Barcelona), 1983*. Vol. 1124. Lecture Notes in Math. Springer, Berlin, 1985, pp. 1–20.

[14] E. Arbarello et al. *Geometry of algebraic curves. Vol. I.* Vol. 267. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences]. Springer-Verlag, New York, 1985, pp. xvi+386. ISBN: 0-387-90997-4.

[15] Enrico Arbarello. "On the Picard group of the moduli space of algebraic curves". In: *Rend. Sem. Mat. Univ. Politec. Torino* Special Issue (1986). Conference on algebraic varieties of small dimension (Turin, 1985), 131–136 (1987).

[16] E. Arbarello. "Periods of abelian integrals, theta functions, and differential equations of KdV type". In: *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Vol. 1, 2 (Berkeley, Calif., 1986).* Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1987, pp. 623–627.

[17] Enrico Arbarello. "Fay's trisecant formula and a characterization of Jacobian varieties". In: *Algebraic geometry, Bowdoin, 1985 (Brunswick, Maine, 1985).* Vol. 46. Proc. Sympos. Pure Math. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1987, pp. 49–61.

[18] Enrico Arbarello e Maurizio Cornalba. "The Picard groups of the moduli spaces of curves". In: *Topology* 26.2 (1987), pp. 153–171.

[19] Enrico Arbarello e Corrado De Concini. "Another proof of a conjecture of S. P. Novikov on periods of abelian integrals on Riemann surfaces". In: *Duke Math. J.* 54.1 (1987), pp. 163–178.

[20] E. Arbarello et al. "Moduli spaces of curves and representation theory". In: *Comm. Math. Phys.* 117.1 (1988), pp. 1–36.

[21] E. Arbarello, C. De Concini e V. G. Kac. "The infinite wedge representation and the reciprocity law for algebraic curves". In: *Theta functions—Bowdoin 1987, Part 1 (Brunswick, ME, 1987).* Vol. 49. Proc. Sympos. Pure Math. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1989, pp. 171–190.

[22] Enrico Arbarello. "Riemann surfaces, theta functions and representations". In: *Boll. Un. Mat. Ital. A (7)* 3.1 (1989), pp. 1–22.

[23] Enrico Arbarello e Corrado De Concini. "Geometrical aspects of the Kadomtsev-Petviashvili equation". In: *Global geometry and mathematical physics (Montecatini Terme, 1988).* Vol. 1451. Lecture Notes in Math. Springer, Berlin, 1990, pp. 95–137.

[24] Enrico Arbarello e Corrado De Concini. "Abelian varieties, infinite-dimensional Lie algebras, and the heat equation". In: *Complex geometry and Lie theory (Sundance, UT, 1989).* Vol. 53. Proc. Sympos. Pure Math. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1991, pp. 1–31.

[25] Enrico Arbarello e Maurizio Cornalba. "Combinatorial and algebro-geometric cohomology classes on the moduli spaces of curves". In: *J. Algebraic Geom.* 5.4 (1996), pp. 705–749.

[26] Enrico Arbarello e Maurizio Cornalba. "Calculating cohomology groups of moduli spaces of curves via algebraic geometry". In: *Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math.* 88 (1998), 97–127 (1999).

[27] Enrico Arbarello. "Introduction to Kontsevich's result on deformation-quantization of Poisson structures". In: *Algebraic Geometry Seminars, 1998–1999 (Italian) (Pisa).* Scuola Norm. Sup., Pisa, 1999, pp. 5–20.

[28] Enrico Arbarello. "Sketches of KdV". In: *Symposium in Honor of C. H. Clemens (Salt Lake City, UT, 2000).* Vol. 312. Contemp. Math. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2002, pp. 9–69.

[29] Enrico Arbarello, Igor Krichever e Giambattista Marini. "Characterizing Jacobians via flexes of the Kummer variety". In: *Math. Res. Lett.* 13.1 (2006), pp. 109–123.

[30] Enrico Arbarello. *Moduli spaces of curves.* Publicações Matemáticas do IMPA. [IMPA Mathematical Publications]. Five lectures, 26o Colóquio Brasileiro de Matemática. [26th Brazilian Mathematics Colloquium]. Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, 2007, pp. iv+49. ISBN: 978-85-244-0258-6.

[31] Enrico Arbarello e Maurizio Cornalba. "Divisors in the moduli spaces of curves". In: *Surveys in differential geometry. Vol. XIV. Geometry of Riemann surfaces and their moduli spaces.* Vol. 14. Surv. Differ. Geom. Int. Press, Somerville, MA, 2009, pp. 1–22.

[32] Enrico Arbarello e Maurizio Cornalba. "Teichmüller space via Kuranishi families". In: *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci. (5)* 8.1 (2009), pp. 89–116.

[33] Enrico Arbarello e Maurizio Cornalba. "Jenkins-Strebel differentials". In: *Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl.* 21.2 (2010), pp. 115–157.

[34] Enrico Arbarello, Maurizio Cornalba e Pillip A. Griffiths. *Geometry of algebraic curves. Volume II.* Vol. 268. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences]. With a contribution by Joseph Daniel Harris. Springer, Heidelberg, 2011, pp. xxx+963. ISBN: 978-3-540-42688-2.

[35] Enrico Arbarello e Gabriele Mondello. "Two remarks on the Weierstrass flag". In: *Compact moduli spaces and vector bundles.* Vol. 564. Contemp. Math. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2012, pp. 137–144.

[36] E. Arbarello, A. Bruno e E. Sernesi. "Mukai's program for curves on a K3 surface". In: *Algebr. Geom.* 1.5 (2014), pp. 532–557.

[37] E. Arbarello, G. Saccà e A. Ferretti. "Relative Prym varieties associated to the double cover of an Enriques surface". In: *J. Differential Geom.* 100.2 (2015), pp. 191–250.

[38] Enrico Arbarello, Andrea Bruno e Edoardo Sernesi. *On hyperplane sections of K3 surfaces.* Lug. 2015. eprint: 1507.05002.

[39] Enrico Arbarello e Giulia Saccà. *Singularities of moduli spaces of sheaves on $K3$ surfaces and Nakajima quiver varieties.* Mag. 2015. eprint: 1505.00759.

[40] Enrico Arbarello e Andrea Bruno. *Rank two vector bundles on polarised Halphen surfaces and the Gauss-Wahl map for du Val curves.* Set. 2016. eprint: 1609.09256.

[41] Enrico Arbarello et al. "Explicit Brill-Noether-Petri general curves". In: *Comment. Math. Helv.* 91.3 (2016), pp. 477–491.

ROMA 25/01/2017

Lucio Boccardo

Victor Kac