

Sinossi del Corso
Probabilità e Processi Stocastici
I semestre - Autunno 2022

Docente: Prof.ssa Barbara Vantaggi (barbara.vantaggi@uniroma1.it)

Studio: n. 152 Primo piano Facoltà di Economia – Dip. MEMOTEF

Orari di ricevimento: Martedì ore 9.00-10.00 oppure 12.00-13.00 (previo appuntamento)

Orari di lezione (Giorni, ore, aula): Lunedì ore 10.00-12.00 aula 8b, e Martedì ore 10.00-12.00 aula Acquario, Venerdì ore 8.00-10.00 aula Acquario

Sito web del Corso: <https://web.uniroma1.it/memotef/probabilit-e-processi-stocastici-finass>

Testi di riferimento:

- Sheldon Ross. Calcolo delle probabilità. Apogeo editore
- Probability and Random Processes - Geoffrey Grimmett Oxford University Press 3th edition. 2001

Materiali aggiuntivi (tra parentesi la sottodirectory della pagina Classroom/Moodle/Drive/)

- Slides utilizzate durante le lezioni (Lezioni)
- Documenti incentrati su argomenti specifici trattati durante il corso (Ulteriori letture)
- Siti web di interesse (Siti web)
- Esercizi
- Prototipi di esame

I materiali aggiuntivi saranno disponibili sul sito al seguente link [Classroom](#)

Prerequisiti

Gli studenti dovrebbero conoscere e padroneggiare i seguenti argomenti preliminarmente all'inizio del corso: algebra lineare, studio di funzione, statistica corso base.

Per eventuali necessità di materiale per l'allineamento delle competenze, gli studenti possono chiedere al docente.

Obiettivi del corso

Gli studenti acquisiranno competenze su probabilità e processi stocastici indispensabili per le applicazioni ai mercati finanziari, al piazzaggio di derivati, alla valutazione di prodotti assicurativi. Il corso è strutturato in 3 parti:

Parte 1. Elementi di probabilità

Parte 2. Vettori aleatori e distribuzioni multivariate

Parte 3. Processi stocastici

Modalità di svolgimento del corso

Il corso è impartito in maniera tradizionale con lezioni frontali volte principalmente all'illustrazione e spiegazione dei concetti formali della teoria e degli strumenti quantitativi di rappresentazione e risoluzione di problemi. Per le nozioni teoriche i concetti vengono definiti e caratterizzati in maniera rigorosa, spiegando anche cosa significa dimostrare un risultato (teorema, proprietà,

caratterizzazione) attraverso l'argomentazione di un ragionamento probabilistico. Una parte dei risultati presentati a lezione vengono accertati formalmente illustrando la relativa dimostrazione. Ogni concetto teorico introdotto viene illustrato nella sua applicazione pratica attraverso esempi ed esercizi svolti in classe.

In parallelo alle lezioni vengono erogate delle esercitazioni.

Per questo insegnamento è altamente consigliata la frequenza delle lezioni ai fini di una comprensione piena degli argomenti teorici del programma. Lo studente che frequenta le lezioni ha la possibilità di vedere gli argomenti illustrati e commentati dal docente in aula e ha la facoltà di intervenire, durante o alla fine della lezione, per porre eventuali domande.

La frequenza e la partecipazione attiva alle lezioni e alle esercitazioni potenzia le capacità di ragionamento e apprendimento e permette allo studente di capire come si illustra un argomento formale attraverso un ragionamento basato su implicazioni logiche.

Per gli studenti che non possono seguire le lezioni, verrà prodotto materiale integrativo (su teoria e esercizi) comprensivo di video-tutorial selezionati e resi disponibili e scaricabili dalla classroom dedicata all'insegnamento.

Obiettivi di apprendimento e competenze attese (Descrittori di Dublino)

- **Conoscenza e comprensione:** Al termine del corso gli studenti saranno in grado di applicare le principali tecniche probabilistiche utili in finanza e assicurazioni. Saranno, inoltre, in grado di comprendere e illustrare le principali caratteristiche di ciascun modello stocastico e di riconoscere la soluzione più efficace e più adatta al problema economico finanziario che si troveranno a risolvere. Avranno, infine, le competenze per calcolare i principali indici di sintesi delle distribuzioni e dei processi stocastici.
- **Capacità di applicare conoscenza e comprensione:** Gli studenti che hanno superato l'esame saranno in grado di identificare la modellizzazione più adatta per descrivere un fenomeno aleatorio e determinare quali siano le metodologie più efficienti per risolvere il relativo problema.
- **Capacità critiche e di giudizio:** Avendo descritto, durante il corso, i principali strumenti probabilistici, gli studenti autonomamente potranno analizzare il contesto finanziario, valutare le possibili metodologie di risoluzione ed interpretare i risultati ottenuti.
- **Capacità di comunicare quanto si è appreso:** Dopo aver sostenuto l'esame (attraverso una prova scritta, costituita da esercizi con analisi dei risultati ottenuti), lo studente valutato positivamente sarà in grado di descrivere adeguatamente gli argomenti appresi durante il corso, sia verbalmente che in documenti scritti.
- **Capacità di proseguire lo studio in modo autonomo nel corso della vita:** Le lezioni frontali, le esercitazioni, di cui il corso si compone, e l'attività di studio individuale consentono agli studenti di sviluppare un metodo per l'acquisizione autonoma di nuove conoscenze e competenze di tipo probabilistico, sia a livello teorico sia in ambito pratico.

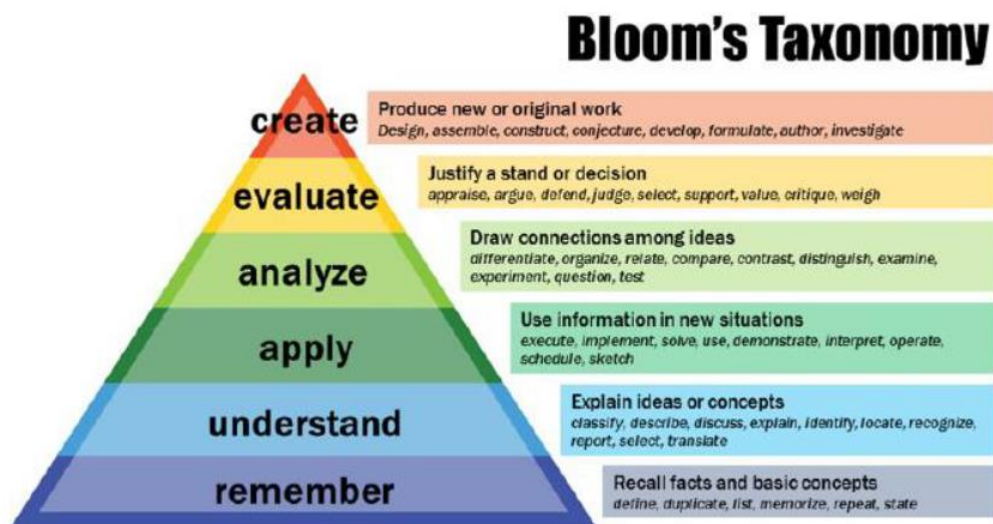
Esame finale e modalità di valutazione

L'esame mira ad accertare il possesso delle conoscenze teoriche trasmesse durante il corso e delle capacità di utilizzare tali conoscenze per formalizzare, analizzare e risolvere problemi pratici. È fondamentale nella prova d'esame verificare che lo studente abbia acquisito sia le nozioni teoriche sia le capacità pratiche di analisi e di ragionamento, unitamente alle non meno importanti capacità di presentazione e argomentazione di un risultato.

La prova d'esame è finalizzata alla valutazione delle capacità acquisite dallo studente sotto due aspetti diversi: 1) l'aspetto pratico di applicazione degli strumenti probabilistici per la risoluzione di problemi; 2) la conoscenza dal punto di vista teorico di tali strumenti e delle loro proprietà.

L'esame, della durata complessiva di 120 minuti, viene somministrato attraverso una prova scritta, costituita da 4 quesiti teorici sui seguenti argomenti: probabilità condizionata e teorema di Bayes, trasformazioni di vettori aleatori e loro distribuzione, convergenze, catene di Markov, processi stocastici. Ciascun quesito può essere, a sua volta, costituito da diverse sotto-domande. Prototipi di esame sono presenti nella classroom dedicata.

La valutazione varia in un intervallo da 0 a 30 e lode. Si considera sufficiente una votazione maggiore o uguale a 18. Ciascun quesito è costruito in modo da soddisfare in maniera crescente i diversi livelli della tassonomia di Bloom:



Calendario settimanale preliminare del corso

Nota:

"Teoria" si riferiscono ai capitoli/paragrafi dei libri suggeriti; gli studenti possono trovare gli esercizi nella relativa sezione di Google Classroom e verranno caricate al termine di ogni settimana di svolgimento delle lezioni; allo stesso modo, "Materiale integrativo" si riferiscono a documenti, presentazioni o altro materiale che gli studenti possono trovare nella sezione Materiale integrativo di Google Classroom.

Settimana	Argomenti								
1.	<p>Introduzione alla probabilità, spazio di probabilità, proprietà della probabilità. Cenni di calcolo combinatorio. Probabilità condizionata e teorema di Bayes.</p> <p>Materiali di studio aggiuntivi suggeriti:</p> <table border="1"> <tr> <td>Teoria</td> <td>[a]</td> </tr> <tr> <td>Esercizi</td> <td>Prima settimana</td> </tr> <tr> <td>Materiale integrativo</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • Video dedicati all'incertezza • Dispense di Colleghi </td> </tr> <tr> <td>Siti web</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube </td> </tr> </table>	Teoria	[a]	Esercizi	Prima settimana	Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Video dedicati all'incertezza • Dispense di Colleghi 	Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube
Teoria	[a]								
Esercizi	Prima settimana								
Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Video dedicati all'incertezza • Dispense di Colleghi 								
Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube 								

2.	<p>Indipendenza stocastica di eventi. Variabili aleatorie, distribuzioni discrete, valore atteso e varianza. Distribuzioni binomiale e ipergeometrica</p> <p>Materiali di studio aggiuntivi suggeriti:</p> <table border="1" data-bbox="331 344 1423 600"> <tr> <td data-bbox="331 344 523 383">Teoria</td> <td data-bbox="531 344 1423 383">[a]</td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 383 523 454">Esercizi</td> <td data-bbox="531 383 1423 454">Seconda settimana</td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 454 523 544">Materiale integrativo</td> <td data-bbox="531 454 1423 544"> <ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi </td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 544 523 600">Siti web</td> <td data-bbox="531 544 1423 600"> <ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube </td> </tr> </table>	Teoria	[a]	Esercizi	Seconda settimana	Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi 	Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube
Teoria	[a]								
Esercizi	Seconda settimana								
Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi 								
Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube 								
3.	<p>Variabili aleatorie e distribuzioni discrete: poisson e sue proprietà, geometrica e sue proprietà (proprietà di assenza di memoria).</p> <p>Materiali di studio aggiuntivi suggeriti:</p> <table border="1" data-bbox="331 761 1423 1016"> <tr> <td data-bbox="331 761 523 799">Teoria</td> <td data-bbox="531 761 1423 799">[a]</td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 799 523 871">Esercizi</td> <td data-bbox="531 799 1423 871">Terza settimana</td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 871 523 960">Materiale integrativo</td> <td data-bbox="531 871 1423 960"> <ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi </td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 960 523 1016">Siti web</td> <td data-bbox="531 960 1423 1016"> <ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube </td> </tr> </table>	Teoria	[a]	Esercizi	Terza settimana	Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi 	Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube
Teoria	[a]								
Esercizi	Terza settimana								
Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi 								
Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube 								
4.	<p>Variabili aleatorie continue e valore atteso e varianza: uniforme, esponenziale e sue proprietà (proprietà di assenza di memoria), normale e sue proprietà.</p> <p>Materiali di studio aggiuntivi suggeriti:</p> <table border="1" data-bbox="331 1178 1423 1433"> <tr> <td data-bbox="331 1178 523 1216">Teoria</td> <td data-bbox="531 1178 1423 1216">[a]</td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 1216 523 1288">Esercizi</td> <td data-bbox="531 1216 1423 1288">Quarta settimana</td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 1288 523 1377">Materiale integrativo</td> <td data-bbox="531 1288 1423 1377"> <ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi </td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 1377 523 1433">Siti web</td> <td data-bbox="531 1377 1423 1433"> <ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube </td> </tr> </table>	Teoria	[a]	Esercizi	Quarta settimana	Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi 	Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube
Teoria	[a]								
Esercizi	Quarta settimana								
Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi 								
Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube 								
5.	<p>Trasformate di variabili aleatorie. Distribuzione log-normale. Cenni su integrali multipli. Distribuzioni multivariate e distribuzioni marginali. Normale multivariata.</p> <p>Materiali di studio aggiuntivi suggeriti:</p> <table border="1" data-bbox="331 1594 1423 1850"> <tr> <td data-bbox="331 1594 523 1632">Teoria</td> <td data-bbox="531 1594 1423 1632">[a]</td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 1632 523 1704">Esercizi</td> <td data-bbox="531 1632 1423 1704">Quinta settimana</td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 1704 523 1794">Materiale integrativo</td> <td data-bbox="531 1704 1423 1794"> <ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi </td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 1794 523 1850">Siti web</td> <td data-bbox="531 1794 1423 1850"> <ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube </td> </tr> </table>	Teoria	[a]	Esercizi	Quinta settimana	Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi 	Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube
Teoria	[a]								
Esercizi	Quinta settimana								
Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi 								
Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube 								
6.	<p>Covarianza. Coefficiente di correlazione e sue proprietà. Distribuzioni condizionate.</p> <p>Materiali di studio aggiuntivi suggeriti:</p> <table border="1" data-bbox="331 1966 1423 2065"> <tr> <td data-bbox="331 1966 523 2004">Teoria</td> <td data-bbox="531 1966 1423 2004">[a]</td> </tr> <tr> <td data-bbox="331 2004 523 2065">Esercizi</td> <td data-bbox="531 2004 1423 2065">Sesta settimana</td> </tr> </table>	Teoria	[a]	Esercizi	Sesta settimana				
Teoria	[a]								
Esercizi	Sesta settimana								

	Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi 								
7.	<p>Indipendenza per variabili aleatorie. Funzione generatrice. Trasformate di vettori aleatori.</p> <p>Materiali di studio aggiuntivi suggeriti:</p> <table border="1"> <tr> <td>Teoria</td> <td>[a]</td> </tr> <tr> <td>Esercizi</td> <td>Settima settimana</td> </tr> <tr> <td>Materiale integrativo</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi </td> </tr> </table>		Teoria	[a]	Esercizi	Settima settimana	Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi 		
Teoria	[a]									
Esercizi	Settima settimana									
Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi 									
8.	<p>Somma di variabili aleatorie indipendenti, convoluzione. Distribuzione t-student.</p> <p>Materiali di studio aggiuntivi suggeriti:</p> <table border="1"> <tr> <td>Teoria</td> <td>[a]</td> </tr> <tr> <td>Esercizi</td> <td>Ottava settimana</td> </tr> <tr> <td>Materiale integrativo</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi </td> </tr> </table>		Teoria	[a]	Esercizi	Ottava settimana	Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi 		
Teoria	[a]									
Esercizi	Ottava settimana									
Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuzioni di probabilità • Dispense di Colleghi 									
9.	<p>Valore atteso condizionato e sue proprietà. Disuguaglianza di Chebishev e Markov</p> <p>Materiali di studio aggiuntivi suggeriti:</p> <table border="1"> <tr> <td>Teoria</td> <td>[a]</td> </tr> <tr> <td>Esercizi</td> <td>Nona settimana</td> </tr> <tr> <td>Materiale integrativo</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi </td> </tr> <tr> <td>Siti web</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube </td> </tr> </table>		Teoria	[a]	Esercizi	Nona settimana	Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi 	Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube
Teoria	[a]									
Esercizi	Nona settimana									
Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi 									
Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube 									
10.	<p>Teoremi limiti. Applicazioni</p> <p>Materiali di studio aggiuntivi suggeriti:</p> <table border="1"> <tr> <td>Teoria</td> <td>[a]</td> </tr> <tr> <td>Esercizi</td> <td>Decima settimana</td> </tr> <tr> <td>Materiale integrativo</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi </td> </tr> <tr> <td>Siti web</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube </td> </tr> </table>		Teoria	[a]	Esercizi	Decima settimana	Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi 	Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube
Teoria	[a]									
Esercizi	Decima settimana									
Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi 									
Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube 									
11.	<p>Introduzione ai processi stocastici. Processo Bernoulliano. Problema della rovina del giocatore. Random Walk</p> <p>Materiali di studio aggiuntivi suggeriti:</p> <table border="1"> <tr> <td>Teoria</td> <td>[b]</td> </tr> <tr> <td>Esercizi</td> <td>Undicesima settimana</td> </tr> <tr> <td>Materiale integrativo</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi </td> </tr> <tr> <td>Siti web</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube </td> </tr> </table>		Teoria	[b]	Esercizi	Undicesima settimana	Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi 	Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube
Teoria	[b]									
Esercizi	Undicesima settimana									
Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none"> • Dispense di Colleghi 									
Siti web	<ul style="list-style-type: none"> • https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube 									
12.	<p>Catene di Markov.</p>									

Materiali di studio aggiuntivi suggeriti:	
Teoria	[b]
Esercizi	Dodecesima settimana
Materiale integrativo	<ul style="list-style-type: none">• Dispense di Colleghi
Siti web	<ul style="list-style-type: none">• https://projects.iq.harvard.edu/stat110/youtube