

PROGRAMMA DETTAGLIATO DI MATEMATICA CORSO BASE

Corso di Laurea in Economia e Finanza

Prof.ssa M. Giuseppina Bruno

A.A. 2023-24

INTRODUZIONE

- richiami su insiemi di numeri: naturali, interi relativi, razionali, irrazionali, reali, complessi; richiami di teoria degli insiemi: appartenenza ad un insieme; inclusione tra insiemi, intersezione e unione; richiami di calcolo logico: implicazione logica, prodotto logico, somma logica; condizione necessaria e sufficiente; corrispondenza biunivoca tra insieme numeri reali e insieme punti di una retta orientata.

ALGEBRA LINEARE

- definizione di vettore a n componenti; spazio vettoriale di dimensione n ; uguaglianza tra vettori; operazioni con i vettori: somma di due o più vettori, prodotto di uno scalare per un vettore, combinazione lineare tra vettori, prodotto scalare di due vettori; dipendenza di un vettore da altri; dipendenza e indipendenza tra vettori; Teorema fondamentale dell'algebra lineare; rango di un insieme di vettori;
- definizione di matrice $m \times n$; matrici quadrate di ordine n ; matrici rettangolari; vettori riga e vettori colonna; matrice trasposta; prodotto righe per colonne di due matrici; determinante di una matrice quadrata; calcolo del determinante per $n=1$ e $n=2$; regola di Sarrus per calcolo del determinante per $n=3$; minore complementare; regola di Laplace per il calcolo del determinante per n qualunque; proprietà del determinante; minori di ordine k ; numero di minori di ordine k estraibili da una matrice (richiami di calcolo combinatorio su formula combinazioni semplici di n elementi di classe k e su fattoriale); caratteristica di una matrice: definizione, calcolo, significato e proprietà; minore principale; legame tra caratteristica di una matrice e rango di un insieme di vettori;
- sistemi di m equazioni lineari in n incognite; significato di "soluzione"; problema di esistenza e unicità della soluzione; scrittura vettoriale e matriciale; Teorema di Rouchè-Capelli e sua giustificazione teorica; sistemi normali e sistemi omogenei; sistemi determinati e indeterminati; regola di Cramer; scelta del minore principale; sistemi parametrici.

FUNZIONI REALI DI VARIABILE REALE

- intervalli limitati e illimitati; definizione e significato di intorno simmetrico di un punto; sistema di riferimento cartesiano; corrispondenza biunivoca tra insieme dei punti del piano e insieme delle coppie ordinate di numeri reali; definizione di funzione reale di una sola variabile reale; dominio e codominio di una funzione; funzioni suriettive, funzioni iniettive, funzioni biettive; funzioni invertibili e funzioni inverse; grafico di una funzione; intersezione con gli assi; segno; comportamento agli estremi; definizione di crescita e decrescita di una funzione (monotonia); massimi e minimi relativi e assoluti; monotonia e invertibilità; definizione di concavità e convessità; flessi;
- funzioni elementari; funzioni polinomio di primo grado; coefficiente angolare e ordinata all'origine; inclinazione e pendenza di una retta; rette parallele e perpendicolari; equazione di una retta passante per due punti; equazione di un fascio di rette passanti per un punto; funzioni potenza ad esponente intero positivo; funzioni pari e dispari; funzioni irrazionali semplici;

- funzioni polinomio di secondo grado; funzioni potenza ad esponente intero negativo; funzioni esponenziali semplici; funzioni logaritmiche semplici; richiami sulle proprietà dei logaritmi;
- funzioni composte; funzioni razionali intere e fratte; funzioni irrazionali, esponenziali e logaritmiche composte; funzioni fratte; funzioni modulo; richiami di algebra per condizioni di esistenza, manipolazioni algebriche e semplificazioni (risoluzione di equazioni e disequazioni algebriche, prodotti notevoli, fattorizzazione di polinomi, divisione di polinomi e regola di Ruffini); uso dei grafici di funzioni elementari per lo studio di funzioni composte; studio qualitativo di funzione;
 - definizione (formale e informale) di limiti al finito e all'infinito; convergenza e divergenza; rappresentazione grafica del risultato; Teorema di unicità del limite e sua giustificazione teorica; Teorema di permanenza del segno diretto e inverso; funzioni infinitesime e infinite; definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo; "ragioni" di discontinuità; discontinuità eliminabile, regola di calcolo dei limiti; comportamento agli estremi di una funzione: asintoti verticali, orizzontali e obliqui; forma indeterminata infinito su infinito; gerarchia tra infiniti elementari; ordine di infinito al finito e all'infinito; ordine di infinito di somma algebrica di infiniti; forma indeterminata infinito meno infinito; forma indeterminata zero su zero; ordine di infinitesimo al finito e all'infinito; ordine di infinitesimo di somma algebrica di infinitesimi; altre forme indeterminate e forme non indeterminate; limiti notevoli;
 - rapporto incrementale e derivata prima di una funzione: definizione e interpretazione geometrica; derivabilità di una funzione in un punto e in un intervallo; derivate successive di una funzione; regole di derivazione; studio della crescita e decrescita mediante la derivata prima; stazionarietà ed esistenza di massimi e minimi relativi; studio della concavità e convessità di una funzione mediante la derivata seconda; punti di flesso ascendente o discendente a tangente crescente, orizzontale o decrescente; continuità e derivabilità; verifica di continuità e derivabilità; punti singolari: cuspidi, punti angolosi, flessi a tangente verticale e altri tipi di singolarità; regola di De L'Hospital;
 - differenziale di una funzione in un punto dato: definizione e rappresentazione grafica; differenziale come infinitesimo di ordine superiore o uguale al primo al finito; approssimazione di una funzione in un punto mediante la tangente; errore come infinitesimo di ordine superiore al primo al finito; errore per eccesso e errore per difetto; approssimazione mediante polinomio di Taylor di "ordine" n ; errore come infinitesimo di ordine superiore a n al finito; differenziale di una funzione in un punto generico; derivata in notazione di Leibniz; calcolo delle derivate parziali di primo e secondo ordine di funzioni reali in due variabili reali.

CALCOLO INTEGRALE

- definizione di primitiva di una funzione e dimostrazioni relative; integrale indefinito; integrazione e derivazione come operazioni inverse; regole di integrazione immediata e loro generalizzazione; integrazione per sostituzione, per decomposizione in somma e altre manipolazioni algebriche della funzione integranda; regola di integrazione per parti da regola di derivazione di un prodotto;
- integrale definito: definizione, segno e proprietà; integrabilità di una funzione su un intervallo; definizione e significato di funzione integrale con punto iniziale in a ; Teorema di Torricelli, Barrow (o teorema fondamentale del calcolo integrale); conseguenze del teorema e formula di calcolo dell'integrale definito; studio di funzione integrale.