FRAZIONI e NUMERI RAZIONALI

Frazioni

Come per i numeri naturali, anche per gli interi relativi si definisce l'operazione di divisione come operazione inversa della moltiplicazione:

Divisione di numeri interi:

Dati due numeri interi *a* e *b* qualsiasi (ma $b \neq 0$), si pone

$$a : b = c \quad \text{se e solo se} \quad a = b \cdot c \tag{1}$$

Ricordando che nell'ambito degli interi relativi a, b e c possono rappresentare sia numeri positivi, che negativi o nulli, dalla definizione segue che le regole dei segni della divisione sono una conseguenza diretta della regola dei segni della moltiplicazione.

Esempi

- $18 : 9 = 8$
- $18 : (-9) = -2$
- $(-18) : 9 = -2$
- $(-18) : (-9) = 2$
- $0 : 9 = 0$ (2)
- $0 : (-9) = 0$
- $9 : 0$ non ha significato
- $(-9) : 0$ non ha significato
- $0 : 0$ non ha significato

Attenzione: La divisione $a : b$, anche nell'ambito dei numeri interi relativi è possibile *solo* se (il modulo) $|a|$ è un multiplo di $|b|$: nel senso che in tal caso il quoziente è anch'esso un numero intero. In generale invece il quoziente della divisione $a : b$ (con $b \neq 0$) viene posto nella forma $\frac{a}{b}$, che prende il nome di *frazione* o anche *rapporto*. Nel simbolo $\frac{a}{b}$ il numero a si chiama *numeratore* e b *denominatore*: quindi il quoziente $\frac{a}{b}$ rappresenta un numero intero solo quando il numeratore è un multiplo del denominatore. Ricordiamo però che dividendo a per b con l' algoritmo (regola di calcolo) che dovrebbe essere noto (lasciatemi quest'ultima speranza!) dalle scuole elementari, si ottiene sempre o un *numero intero* o un *numero decimale finito* oppure un *decimale* con infinite cifre decimali ma *periodico*: non ci sono altre possibilità.

Esempi

- Il quoziente della divisione 8 : 4 è dato dal rapporto $\frac{8}{4}$ al quale è associato il numero intero 2
- Il quoziente della divisione 8 : 5 è dato dal rapporto $\frac{8}{5}$ al quale è associato il numero decimale finito 1.6
- Il quoziente della divisione 7 : 3 è dato dal rapporto $\frac{7}{3}$ al quale è

associato il numero decimale periodico (senza antiperiodo) $2.\overline{3} = 2.33333\ldots..$

- Il quoziente della divisione $1:6$ è dato dal rapporto $\frac{1}{6}$ al quale è associato il numero decimale periodico (con antiperiodo) $0.1\overline{6} = 0.16666\ldots..$
- Il quoziente della divisione $25:12$ è dato dal rapporto $\frac{25}{12}$ al quale è associato il numero decimale periodico (con antiperiodo) $2.08\overline{3} = 2.0833333\ldots..$
- Il quoziente della divisione $(-7):3$ è dato dal rapporto $\frac{-7}{3} = -\frac{7}{3}$ al quale è associato il numero decimale periodico $-2.\overline{3}$
- Il quoziente della divisione $7:(-3)$ è dato dal rapporto $\frac{7}{-3} = -\frac{7}{3}$ al quale è associato il numero decimale periodico $-2.\overline{3}$

- Il quoziente della divisione (-7) : (-3) è dato dal rapporto $\frac{-7}{-3} = \frac{7}{3}$ al quale è associato il numero decimale periodico $2.\overline{3}$

Osservazione: facendo riferimento agli ultimi esempi puoi notare che un numero decimale finito (cioè con un numero finito di cifre decimali dopo il punto), come 1.6, può in realtà essere considerato come un periodico con (antiperiodo e) periodo zero: $1.6\overline{0}$=1.6000000..... ; per lo stesso motivo possiamo considerare anche un intero periodico (senza antiperiodo e) con periodo zero: 2=$2.\overline{0}$=2.00000.... . Questa "complicazione" serve in realtà a semplificare: possiamo infatti dire che quando si divide il numeratore per il denominatore di un rapporto tra numeri interi si ottiene *sempre* un numero periodico (salvo che quando il periodo è zero si ha in particolare o un intero oppure un decimale finito).

Algebra delle frazioni

Anche se, come abbiamo visto, un qualsiasi rapporto di numeri interi è sempre riconducibile ad un numero periodico, è in genere preferibile eseguire i calcoli direttamente sulle frazioni piuttosto che non sulle loro rappresentazioni decimali: alcune considerazioni quindi nel seguito sull'*algebra delle frazioni*.

Attenzione: in questo contesto conviene considerare anche i numeri interi come frazioni il cui denominatore è semplicemente uguale ad 1:

$$5 = \frac{5}{1} \qquad -5 = -\frac{5}{1} \quad \text{etc.} \tag{4}$$

◆ **Segno di una frazione**: una frazione è *positiva* se numeratore e denomitore hanno lo *stesso* segno; *negativa* se invece hanno *segni opposti*

(vedi gli esempi precedenti). Una frazione è infine nulla (uguale a zero) se e solo se il suo *numeratore* è uguale a zero.

Attenzione: Quindi la condizione

$$\frac{m}{n} = 0 \quad \textit{equivale} \text{ alla (sola!) condizione } \quad m = 0$$
$$\left(\text{imporre le due condizioni } m = 0 \ e \ n = 0 \text{ porterebbe al simbolo privo di significato } \frac{0}{0}\,!\right) \tag{5}$$

◆ **Uguaglianza di due frazioni**: si ha

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q} \quad \text{se } e \text{ solo se} \quad m \cdot q = p \cdot n \qquad (n,\, q \neq 0) \tag{6}$$

Esempi:

$$\frac{3}{2} = \frac{27}{18} \;;\; \frac{1}{7} = \frac{4}{28} \;;\; \frac{7}{3} = \frac{-7}{-3} \;;\; \frac{7}{-3} = \frac{-7}{3} \;;$$
$$\frac{m}{n} = 1 \left(= \frac{1}{1} \right) \text{se } e \text{ solo se } m = n \text{; etc.} \tag{7}$$

Due regole pratiche derivanti dalla definizione di uguaglianza:

□ Una frazione non cambia se si moltiplicano numeratore e denominatore per uno stesso numero *diverso da zero*. Cioè se q≠0, allora

$$\frac{m}{n}=\frac{m\cdot q}{n\cdot q} \qquad \text{infatti} \qquad (8)$$

$$m\cdot n\cdot q=n\cdot m\cdot q$$

□ Se in una frazione numeratore e denominatore hanno un fattore comune la frazione non cambia se si dividono numeratore e denominatore per il fattore comune

$$\text{se } p=m\cdot r \;\; e\; q=n\cdot r \text{ allora } \frac{p}{q}=\frac{m\cdot r}{n\cdot r}=\frac{m}{n} \qquad (9)$$

Esempi

$$a. \quad \frac{3}{8}=\frac{3\cdot 5}{8\cdot 5}=\frac{15}{40};$$

$$\frac{3}{8}=\frac{3\cdot(-5)}{8\cdot(-5)}=\frac{-15}{-40}=\frac{15}{40}$$

$$b. \quad \frac{15}{40}=\frac{3\cdot 5}{8\cdot 5}=\frac{3}{8}; \qquad \frac{12}{60}=\frac{3\cdot 4}{4\cdot 15}=\frac{3}{15} \qquad (10)$$

$$c. \quad \frac{5}{4}=\frac{5(x-1)}{4(x-1)}=$$

$$\frac{5x-5}{4x-4} \qquad \text{per } x\neq 1 \text{ in quanto per } x=$$

$$1 \text{ si avrebbe } \quad \frac{5}{4}=\frac{5\cdot 0}{4\cdot 0}=\frac{0}{0}$$

Pericoli mortali:

1. Perchè l'uguaglianza

$$\frac{5}{4} = \frac{0}{0} \tag{11}$$

non è valida?
In definitiva se applichiamo il test di uguaglianza si ha

$$5 \times 0 = 0 \times 4 \qquad \text{cioè} \qquad 0 = 0\,. \tag{12}$$

Il fatto è che il test di uguaglianza è applicabile a due frazioni e non per confrontare una frazione con un simbolo privo di significato!

2. Se in una frazione numeratore e denominatore hanno un fattore comune la frazione non cambia se si dividono numeratore e denominatore per il fattore comune.

Qualcuno, geneticamente molto dotato per la matematica e amante delle semplificazioni ardite, estende "leggermente" il concetto di fattore! Il risultato è esemplificato dalle "perle" che seguono:

$$\frac{5+7}{5+2} = \frac{7}{2} \qquad \text{(in definitiva il 5 è comune sia al numeratore che al denominatore!)} \tag{13}$$

$$\frac{10+5}{5} = 10 \qquad \text{(equivale all'uguaglianza } 3 = 10 \text{ !!!)} \tag{14}$$

Spero di non offenderti ricordando che in generale:

$$\frac{x+y}{x+z} \neq \frac{y}{z} \qquad e \qquad \frac{x+y}{x} \neq y \tag{15}$$

◆ **Riduzione allo stesso denominatore**:

Date più frazioni, ad esempio

$$\frac{2}{5} \qquad \frac{7}{15} \qquad \frac{13}{45} \tag{16}$$

è sempre possibile trovare altre frazioni, rispettivamente uguali a quelle di partenza, ma aventi lo stesso denominatore. Nel caso delle tre frazioni dell'esempio osserviamo che 45 è un multiplo comune dei tre denominatori, per cui possiamo scrivere:

$$\begin{gathered}
\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot (45:5)}{5 \cdot (45:5)} = \frac{2 \cdot 9}{5 \cdot 9} = \frac{18}{45} \\
\frac{7}{15} = \frac{7 \cdot (45:15)}{15 \cdot (45:15)} = \frac{7 \cdot 3}{15 \cdot 3} = \frac{21}{45} \\
\frac{13}{45} = \frac{13 \cdot (45:45)}{45 \cdot (45:45)} = \frac{13 \cdot 1}{45 \cdot 1} = \frac{13}{45}
\end{gathered} \tag{17}$$

Osservazione: dato che esistono infiniti multipli comuni a più numeri la regola precedente ci permette di ridurre più frazioni allo stesso denominatore in infiniti modi diversi. Ad esempio anche $45 \cdot 2 = 90$ è un multiplo comune (ma anche $45 \cdot 3$; $45 \cdot 4$; etc.) potremmo scrivere:

$$\begin{gathered}
\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot (90:5)}{5 \cdot (90:5)} = \frac{2 \cdot 18}{5 \cdot 18} = \frac{36}{90} \\
\frac{7}{15} = \frac{7 \cdot (90:15)}{15 \cdot (90:15)} = \frac{7 \cdot 6}{15 \cdot 6} = \frac{42}{90} \\
\frac{13}{45} = \frac{13 \cdot (90:45)}{45 \cdot (90:45)} = \frac{13 \cdot 2}{45 \cdot 2} = \frac{26}{90}
\end{gathered} \tag{18}$$

ed anche in questo modo abbiamo ridotto a denominatore comune. La differenza tra il primo caso ed il successivo

risiede nel fatto che nel primo ,tra gli infiniti multipli comuni possibili abbiamo scelto il più piccolo, cioè il *minimo comune multiplo*, che è la scelta migliore poichè ci porta a frazioni con lo stesso denominatore ma non più riducibili se si vuole appunto mantenere il denominatore comune, mentre nel secondo caso in realtà le frazioni (dividendo tutto per 2) sono riducibili mantenendo il denominatore comune.
Il modo più "rozzo", anche se lecito, di ridurre allo stesso denominatore parte dall'osservazione che il prodotto dei tre denominatori 5·15·45 = 3375 è per ovvi motivi multiplo dei tre denominatori, per cui si può scrivere

$$\begin{aligned}
\frac{2}{5} &= \frac{2\ \frac{5\times 15\times 45}{5}}{5\cdot(3375:5)} = \frac{2\times 15\times 45}{3375} = \frac{1350}{3375}\\
\frac{7}{15} &= \frac{7\cdot\ \frac{5\times 15\times 45}{15}}{15\cdot(3375:15)} = \frac{7\times 5\times 45}{3375} = \frac{1575}{3375}\\
\frac{13}{45} &= \frac{13\cdot\ \frac{5\times 15\times 45}{45}}{45\cdot(3375:45)} = \frac{13\times 5\times 15}{3375} = \frac{975}{3375}
\end{aligned} \tag{19}$$

in questo modo ti risparmi la fatica di trovare il minimo comune multiplo dei denominatori, ma poi se non riduci i risultati il rischio di complicarsi la vita è notevole!

◆ **Operazioni con le frazioni**:

Addizione

■ La somma di due frazioni $\frac{a}{c}$ e $\frac{b}{c}$ con lo *stesso* denominatore è data da:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \tag{20}$$

■ Date due frazioni qualsiasi $\frac{a}{c}$ e $\frac{b}{d}$ per sommarle occorre prima ridurle a denominatore comune e poi applicare la regola precedenta.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a\,d + b\,c}{c\,d} \tag{21}$$

Nota bene: nella formula precedente abbiamo utilizzato il metodo "rozzo" per ridurre a denominatore comune
(abbiamo semplicemente preso come multiplo comune il prodotto dei denominatori); per i motivi visti sopra nella pratica conviene però
trovare il minimo comune multiplo dei denominatori.

Esempi

a. $\frac{1}{3} + \frac{5}{3} = \frac{6}{3} = 2$

b. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$

c. $\frac{3}{12} + \frac{5}{18} = \frac{3\,(36:12)}{12\,(36:12)} + \frac{5\,(36:18)}{18\,(36:18)} =$

$$\frac{3\times 3}{36} + \frac{5\times 2}{36} = \frac{9}{36} + \frac{10}{36} = \frac{19}{36} \tag{22}$$

c_{rozzo}. $\frac{3}{12} + \frac{5}{18} =$

$$\frac{3\times 18+5\times 12}{12\times 18} = \frac{114}{216}\left(= \frac{6\times 19}{6\times 36} = \frac{19}{36}\right)$$

$$d. \qquad 1+\frac{4}{5} = \frac{1}{1}+\frac{4}{5} = \frac{5\times 1+4\times 1}{5\times 1} = \frac{9}{5}$$

$$e. \qquad 7+\frac{4}{5} = \frac{7}{1}+\frac{4}{5} = \frac{7\times 5+4\times 1}{5\times 1} = \frac{39}{5}$$

Moltiplicazione

- Il prodotto di due frazioni quasiasi $\frac{a}{c}$ e $\frac{b}{d}$ è dato da:

$$\frac{a}{c}\cdot\frac{b}{d} = \frac{a\cdot b}{c\cdot d} \tag{23}$$

Esempi

$$\begin{aligned}
&a. \qquad \frac{1}{3}\cdot\frac{5}{3} = \frac{5}{9}\\
&b. \qquad \frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5} = \frac{12}{25}\\
&c. \qquad \frac{-3}{2}\cdot\frac{5}{18} = -\frac{15}{36}\\
&c. \qquad -\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{18} = -\frac{15}{36}
\end{aligned} \tag{24}$$

Nota bene: in particolare per moltiplicare una frazione per un numero intero basta moltiplicare per quel numero solo il numeratore della frazione:

$$d. \qquad 7\cdot\frac{5}{3} = \frac{7}{1}\times\frac{5}{3} = \frac{7\times 5}{1\times 3} = \frac{35}{3} \tag{25}$$

Frazione opposta: In particolare se si moltiplica una frazione per -1 si ottiene la frazione *opposta:*

$$-1\,\frac{5}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$-1\left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{5}{3}$$

quindi $-\frac{5}{3}$ *e* $\frac{5}{3}$ sono l'

una opposta dell' altra. In generale :

$\frac{m}{n}$ *e* $-$

$\frac{m}{n}$ sono frazioni opposte l' una dell' altra.

Quindi l' *opposta* di una frazione è *positiva* se la frazione di partenza è *negativa* ed è *negativa* quando si parte invece da una frazione *positiva*.

Sottrazione

■ Per sottrarre da $\frac{a}{c}$ la frazione $\frac{b}{d}$ basta sommare ad $\frac{a}{c}$ l'opposta della frazione $\frac{b}{d}$:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{a}{c} + \left(-\frac{b}{d}\right) \tag{27}$$

Esempi:

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \left(-\frac{2}{5}\right) =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{-2}{5} = \frac{1\times 5 - 2\times 3}{3\times 5} = \frac{-1}{15} = -\frac{1}{15} \tag{28}$$

$$\frac{1}{3} - \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{1\times 5 + 2\times 3}{3\times 5} = \frac{11}{15}$$

Divisione

- La divisione della frazione $\frac{a}{b}$ per la frazione $\frac{c}{d}$ è definita se $\frac{c}{d} \neq 0$ e quindi solo se $c \neq 0$ ed è data da:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \tag{29}$$

Esempi:

$$\begin{gathered} \frac{1}{3} : \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{6} \\ \frac{5}{2} : \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{5 \cdot (-3)}{2 \times 2} = -\frac{15}{4} \end{gathered} \tag{30}$$

Molto spesso anche la divisione tra frazioni viene messa sotto forma di rapporto:

$$\begin{gathered} \frac{1}{3} : \frac{2}{5} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{6} \\ \frac{5}{2} : \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{5 \cdot (-3)}{2 \times 2} = -\frac{15}{4} \end{gathered} \tag{31}$$

In questo caso però è importante non confondere il ruolo dei vari segni di frazione: In particolare occorre essere molto precisi nell'allineamento della linea di frazione con il segno di uguale:

$$\frac{2}{5} : 2 = \frac{\frac{2}{5}}{2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{10} \quad \text{corretto}$$

$$\frac{2}{5} : 2 = \frac{2}{\frac{5}{2}} = 2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \quad \text{sbagliato}: \tag{32}$$

$$\text{questo è il risultato giusto di } 2 : \frac{5}{2}\ !$$

Nella pratica si cerca di evitare tali ambiguità indicando linee di frazione diverse con diverse lunghezze, oppure, quando è possibile, allineando in modo corretto la linea di frazione e l'uguale come indicato negli esempi precedenti.

Frazione reciproca: In particolare se si divide 1 per una frazione si ottiene la frazione *reciproca:*

$$1 : \frac{5}{3} = 1 \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

$$1 : \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{3}{5}$$

$$\text{In generale,} \tag{33}$$

$$\text{per } n \text{ e } m \text{ entrambi diversi da zero}:$$

$$\frac{m}{n} \quad e \quad \frac{n}{m} \quad \text{sono}$$

$$\text{frazioni } \textit{reciproche} \text{ l'una dell'altra.}$$

Osservazione: il prodotto di una frazione per la propri reciproca è sempre uguale ad 1.

Esempi:

le reciproche delle frazioni

$$\frac{7}{5};-\frac{2}{3} \text{ sono rispettivamente } \frac{5}{7};\ -\frac{3}{2} \tag{34}$$

Insieme $\mathbb{Q}$ dei numeri razionali

◆ **Nota bene**: Nell'insieme $\mathbb{Z}$ erano sempre possibili le operazioni di addizione, sottrazione, e moltiplicazione, mentre la divisione era possibile solo per paricolari coppie. Abbiamo invece visto poi che, date due frazioni qualsiasi che esprimono il rapporto di due numeri interi, è sempre possibile addizionarle, sottrarle, moltiplicarle o dividerle , ottenendo sempre come risultato ancora un rapporto tra numero interi. L'unica operazione non permessa è la divisione per zero.
L'insieme di tutte le frazioni che esprimono rapporti di numeri interi prendo il nome di *insieme dei numeri razionali* e viene indicato con $\mathbb{Q}$
Quindi in $\mathbb{Q}$ sono possibili sempre le quattro operazioni di addizione, moltiplicazione e rispettive inverse sottrazioe e divisione con l'unica eccezione della divisione per zero.

◆ **Disguaglianze tra frazioni**:

Due frazioni non uguali si dicono disuguali ed in tal caso è sempre possibile dire quale delle due è maggiore dell'altra.
In particolare diremo che:
◆ ogni frazione $\frac{m}{n}$ positiva è maggiore di zero e scriveremo:

$$\frac{m}{n} > 0 \tag{35}$$

◆ una frazione $\frac{m}{n}$ è minore di zero se è negativa e scriveremo:

$$\frac{m}{n} < 0 \tag{36}$$

◆ la frazione $\frac{m}{n}$ è maggiore di $\frac{p}{q}$ e scriveremo:

$$\frac{m}{n} > \frac{p}{q} \tag{37}$$

se e solo se:

$$\frac{m}{n} - \frac{p}{q} > 0 \tag{38}$$

cioè se:

$$\frac{m\,q - n\,p}{n} > 0 \tag{39}$$

perchè però quest'ultima frazione sia *positiva* è necessario che *numeratore e denominatore abbiano lo stesso segno*. Quindi se $b \cdot d > 0$ allora perchè sia $\frac{m\,q-n\,p}{n} > 0$ deve essere

$$m\,q - p\,n > 0 \tag{40}$$

cioè:

$$m\,q > p\,n \tag{41}$$

se invece $b \cdot d > 0$ allora si dovrà avere

$$m\,q < p\,n \tag{42}$$

Ricordiamo però che che, ai fini pratici, date due frazioni $\frac{m}{n}$ e $\frac{p}{q}$ si può sempre pensare che esse abbiano i denominatori positivi (e che quindi $b \cdot d > 0$), salvo poi attribuire il corretto segno ai numeratori, e verificare quindi in generale se $m\,q > p\,n$ per confrontare le due frazioni.

Esempi

□ $\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$ infatti $2 \times 3 > 1 \times 3$ $(6 > 3)$

□ $-\frac{2}{3} < \frac{1}{3}$ infatti $-2 \times 3 < 1 \times 3$ $(-6 < 3)$

□ $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{3}$ infatti $-2 \times 3 <$
-1×3 $(-6 < -3)$

□ Confrontiamo le frazioni $\frac{-3}{2}$ *e* $\frac{1}{-2}$;
possiamo riscrivere $\frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$ *e* $\frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$ (43)
e confrontare quindi le due frazioni $-\frac{3}{2}$ *e* $-\frac{1}{2}$
(entrambe con denominatore positivo
in quanto attribuiamo il segno $-$
ai corrispondenti numeratori). Poichè :
$-3 \times 2 < -1 \times 2$ $(-6 < -2)$
possiamo concludere $\frac{-3}{2} < \frac{1}{-2}$

Esercizi

1. Semplifica la frazione:

$$\frac{\left|-\frac{8}{3}\left(-\frac{5}{8}+\frac{3}{2}\right)\right|}{-\frac{7}{3}} \tag{44}$$

2. Riduci allo stesso denominatore le frazioni:

$$\frac{2}{14} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{5}{10} \tag{45}$$

3. Riduci allo stesso denominatore le frazioni:

$$\frac{2}{14} \quad \frac{3}{|-14|} \quad \frac{5}{7\,|-2|} \tag{46}$$

4. Tra le seguenti relazioni individua quelle vere:

$$\begin{aligned}
&a. \quad \frac{7}{14} \leq \frac{1}{2} \\
&b. \quad \frac{7}{14} \geq \frac{1}{2} \\
&c. \quad \frac{7}{14} > \frac{1}{3} \\
&d. \quad \frac{7}{14} < \frac{2}{3} \\
&e. \quad \left|\frac{7}{14} - \frac{2}{3}\right| = \frac{7}{14} - \frac{2}{3}
\end{aligned} \tag{47}$$

5. Esegui le operazioni che seguono:

$$\begin{aligned}
&a. \quad \frac{3}{7} + \frac{5}{21} + \frac{7}{20} \\
&b. \quad \frac{3}{7} \times \frac{5}{21} + \frac{7}{20} \\
&c. \quad \frac{3}{7} : \frac{5}{21} : \frac{7}{20}
\end{aligned} \tag{48}$$

RISPOSTE :

1. La frazione è uguale a -1

2. $\frac{40}{280} \quad \frac{105}{280} \quad \frac{140}{280}$

3. le ho già ridotte io

4. è falsa solo la e in quanto, essendo vera la d,

si ha $\frac{7}{14} - \frac{2}{3} < 0$ per cui $\left|\frac{7}{14} - \frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3} - \frac{7}{14}$

5. $a.\ \frac{427}{420}$; $b.\ \frac{1}{28}$; (49)

$c.$ la domanda è mal formulata in

quanto sono necessarie le parentesi,

ed è quindi ambigua : potrebbe significare

$$\left(\frac{3}{7} : \frac{5}{21}\right) : \frac{7}{20} = \frac{36}{7} \quad \text{oppure}$$

$$\frac{3}{7} : \left(\frac{5}{21} : \frac{7}{20}\right) = \frac{63}{100}$$