

## CORSO DI STATISTICA DI BASE (Prof. GIORGIO ALLEVA)

Anno Accademico 2019-2020

Prova scritta del 4 febbraio 2020

### ESERCIZI

**Esercizio 1.** Si disponga della seguente distribuzione di frequenza delle variabili X e Y.

X\Y	1-3			3-9	9-19	Tot
0	-			4	15	19
5	-			9	2	11
7	10			-	-	10
Tot	10			13	17	40

- si costruisca l'istogramma della distribuzione del carattere continuo Y e si determini la moda;
- si misuri la dipendenza assoluta tra i due caratteri, valutandone l'intensità rispetto al massimo che può assumere;
- si calcoli la covarianza tra X e Y; si indichino, in generale, quali sono gli estremi dell'intervallo in cui è compresa (indicare l'espressione senza fare calcoli);
- si calcoli la devianza esterna di Y; si indichino, in generale, quali sono gli estremi dell'intervallo in cui è compresa (indicare l'espressione senza fare calcoli). Quali situazioni configurano tali due estremi?

**Esercizio 2.** La serie storica del numero indice dei prezzi dei trasporti in Italia in base 2015.

	2016	2017	2018	2019
N.I. (2015=100)	98,6	102,0	104,8	105,6

- si calcoli la variazione percentuale dei prezzi dei trasporti nell'ultimo biennio;
- si calcoli la variazione % media annua dei prezzi dei trasporti tra il 2015 e il 2019.

**Esercizio 3.** Sia X una variabile che si distribuisce normalmente con media 15 e varianza 25. Sulla base di un campione estratto con ripetizione di  $n = 30$  unità:

- si determini la probabilità che la media campionaria sia compresa tra 12 e 16;
- si indichino quali sono le caratteristiche dello stimatore della media campionaria qualora le  $n$  v.c. estrazione siano NIID.

Sulla base di un campione di  $n=34$  unità estratto con ripetizione da una popolazione normale con media e varianza ignota, la devianza campionaria  $\sum (X_i - \bar{X})^2$  sia risultata pari a 125. c) Si verifichi, con  $\alpha = 0,05$ , se la varianza della popolazione possa essere assunta superiore a 4.

**Esercizio 4.** La probabilità di fare uso di doping in una certa disciplina sportiva sia ritenuta essere pari a 0,2. I controlli sugli atleti sono effettuati sulla base di una procedura di campionamento indicata nel regolamento internazionale. La procedura, basandosi sull'osservazione delle prestazioni individuali degli atleti nel corso del tempo, ha consentito nel passato che con probabilità pari 0,8 venissero selezionati per i controlli atleti che avevano fatto uso di doping, e con probabilità pari 0,4 che fossero selezionati atleti non ne avevano fatto uso. Sulla base di tali informazioni si determini:

- la probabilità che un atleta venga selezionato per un controllo antidoping;
- la probabilità che, avendo selezionato un atleta per effettuare controlli, questo risulti aver fatto uso di doping;
- in quale misura la procedura adottata consente risultati migliori nell'individuare atleti che fanno uso di doping rispetto ad un'estrazione a sorte di un atleta da sottoporre a controlli?

**QUESITI (barrare la risposta ritenuta esatta)**

Conoscendo che il coefficiente angolare della retta di regressione di Y su X sia 2, quale potrebbe essere il valore del coefficiente angolare della retta di regressione di X su Y:

- 0,25
- 0,5
- Entrambi

Qualora la correlazione  $r_{XZ} = r_{YZ} = 0$ , quale espressione assume il coefficiente di correlazione parziale  $r_{XY.Z}$ ?

- $r_{XY.Z}$  è indeterminato
- $r_{XY.Z} = r_{XY}$
- $r_{XY.Z} = 0$

Un rapporto di durata è:

- un rapporto tra distanze temporali
- un rapporto tra una variabile di flusso e una variabile di stock
- un rapporto tra una variabile di stock e una variabile di flusso

Siano Z e W due variabili trasformate lineari di X e Y. In particolare  $Z = a+bX$  e  $W = c+dY$ .

La covarianza tra Z e W è:

- $b^2 d^2 \text{Cov}(X,Y)$
- $b d \text{Cov}(X,Y)$
- $|b| |d| \text{Cov}(X,Y)$

Uno stimatore è consistente se:

- converge in probabilità al parametro della popolazione al crescere della numerosità campionaria
- la sua varianza converge a 0 al crescere della numerosità campionaria
- il suo valore atteso converge al parametro della popolazione al crescere della numerosità campionaria

## CORSO DI STATISTICA DI BASE (Prof. GIORGIO ALLEVA)

Anno Accademico 2019-2020

Prova scritta del 4 febbraio 2020

### ESERCIZI

**Esercizio 1.** Si disponga della seguente distribuzione di frequenza delle variabili X e Y.

X\Y	1	3	8	Tot
0	13	-	-	13
2	1	11	3	15
6	-	-	22	22
Tot	14	11	25	50

- si calcolino i tre quartili di X e si descriva la distribuzione di tale variabile attraverso il box plot;
- si misuri la dipendenza assoluta tra i due caratteri, valutandone l'intensità rispetto al massimo che può assumere;
- si calcoli la covarianza tra X e Y; si indichino, in generale, quali sono gli estremi dell'intervallo in cui è compresa (indicare l'espressione senza fare calcoli);
- si calcoli la devianza esterna di Y; si indichino, in generale, quali sono gli estremi dell'intervallo in cui è compresa (indicare l'espressione senza fare calcoli). Quali situazioni configurano tali due estremi?

**Esercizio 2 .** Si conosca la variazione dei prezzi al consumo rispetto all'anno precedente nell'ultimo triennio in Italia (corrispondente al tasso d'inflazione).

	2017	2018	2019
Tasso d'inflazione %	1,3	1,2	0,6

- si calcoli la variazione percentuale dei prezzi al consumo nell'intero triennio;
- si calcoli il tasso di inflazione medio annuo.

**Esercizio 3.** a) Conoscendo che la frazione di elettori che hanno votato il partito G alle scorse elezioni in un certo comune capoluogo è stata pari a al 22,5%, si determini la probabilità che in campione di 150 intervistati, estratto con ripetizione, la percentuale di elettori sia compresa tra il 25 e il 27%.

b) secondo quale teorema, e sotto quali condizioni, la proporzione campionaria converge in distribuzione ad una v.c. normale?

Sulla base di un campione di  $n = 35$  unità estratto con ripetizione da una popolazione normale con media e varianza ignota, la media campionaria sia risultata pari a 3,5 e la devianza campionaria pari a 136. c) Si verifichi, con  $\alpha = 0,05$ , se la media della popolazione possa essere assunta minore di 3,9.

**Esercizio 4.** La probabilità di doping in una certa disciplina sportiva sia pari a 0,15. I controlli sugli atleti sono effettuati sulla base di una procedura di campionamento indicata nel regolamento internazionale. La procedura, basandosi sull'osservazione delle prestazioni individuali degli atleti nel corso del tempo, ha consentito nel passato che con probabilità pari 0,75 venissero selezionati per i controlli atleti che avevano fatto uso di doping, e con probabilità pari 0,4 che fossero selezionati atleti non ne avevano fatto uso. Si determini:

- la probabilità che un atleta venga selezionato per il controllo antidoping;
- la probabilità che, avendo selezionato un atleta per effettuare controlli, questo risulti aver fatto uso di doping;
- in quale misura la procedura adottata consente risultati migliori nell'individuare atleti che fanno uso di doping rispetto ad un'estrazione a sorte di un atleta da sottoporre a controlli?

**QUESITI (barrare la risposta ritenuta esatta)**

Conoscendo che la retta di regressione di Y su X sia  $\hat{Y} = 8 - 3X$  e che la media di X sia pari a 1, quale valore assume la media Y:

- 5
- 1/3
- Non ci sono elementi per rispondere

Considerando il piano di regressione  $\hat{Y} = B_0 + B_1X + B_2Z$ , non si ottiene alcun miglioramento nella spiegazione di Y rispetto alla retta di regressione  $\hat{Y} = B_0 + B_1X$  qualora:

- $r_{YZ} = 0$
- $B_2 = 0$
- $r_{XY} = r_{YZ}$

Il diagramma a coordinate polari consente di rappresentare:

- serie temporali
- serie territoriali
- serie cicliche

Se il  $\chi^2$  tra due variabili X e Y risultato pari a 12. Considerando le due variabili trasformate lineari  $Z = 2X$  e  $W = 3Y$  il  $\chi^2$  tra le due variabili Z e W è uguale a:

- 12
- 72
- Nessuno dei precedenti

L'affermazione "uno stimatore è più efficiente di un altro stimatore se ha una varianza inferiore" è:

- sempre vera
- vera se tale stimatore sia anche corretto
- vera solo se entrambi gli stimatori siano corretti