

## METODI STATISTICI AVANZATI

Prova scritta dell' 11 giugno 2020

Prof. Giorgio Alleva

1. Sia  $X_1, X_2, \dots, X_n$  un campione casuale di  $n$  unità estratto da una popolazione con densità di probabilità:  
$$f(X; \theta) = \frac{2}{\theta} \left(1 - \frac{X}{\theta}\right) \quad \text{con } 0 \leq X \leq \theta \quad \text{e } \theta > 0.$$
  - a) Determinare uno stimatore  $T$  di  $\Theta$  con il metodo dei momenti;
  - b) stabilire se  $T$  sia distorto;
  - c) calcolare l'errore quadratico medio di  $T$ .
  
2. Svolgere una delle due seguenti dimostrazioni:
  - a) Indicare sotto quale condizione una combinazione lineare di v.c. normali si distribuisce come una v.c. normale, dimostrandolo. Spiegare l'importanza di tale teorema per l'inferenza statistica.
  - b) A partire dall'espressione della distribuzione di probabilità di una v.c. di Poisson determinare la funzione generatrice dei momenti e, successivamente, mostrare come si ricavano il valore atteso e la varianza di tale v.c.
  
3. Mostrare come si ricava lo stimatore BLU di  $\mu$  a partire da un campione bernoulliano derivante da v.c. estrazione IID; b) successivamente indicare come si modifichi il risultato nel caso le v.c. estrazione non abbiano la stessa varianza. c) Indicare le caratteristiche di tali stimatori, anche confrontandole con quelle di altri stimatori nel medesimo contesto informativo.
  
4. Il test dell'analisi della varianza a uno e a due fattori. Per ciascuna delle due presentare
  - a) l'obiettivo/contesto applicativo,
  - b) le condizioni di applicabilità,
  - c) il modello di riferimento,
  - d) lo schema dei risultati
  - e) la regola decisionale.
  - f) Indicare altre strategie qualora non fossero verificate le condizioni di applicabilità.