Compito di MATEMATICA CORSO BASE del _____

Cognome _____ **Nome** _____

Matricola _____

Esercizio 1. Si consideri il seguente sistema

$$\begin{cases} x - ky + 3z = 1 \\ -kx + 4y - 6z = -2 \\ x + z = k \end{cases}$$

Studiare il sistema al variare del parametro k. Per ogni caso, stabilire se il sistema è **compatibile oppure no**. Se il sistema è compatibile, indicare il numero delle soluzioni e calcolare le soluzioni esplicite utilizzando la **Regola di Cramer**. OGNI RISULTATO DEVE ESSERE ADEGUATAMENTE GIUSTIFICATO ILLUSTRANDO I PASSAGGI LOGICI CHE HANNO PERMESSO DI STABILIRLO.

$K \neq 2, 4$ $\quad r(A) = r(A|b) = 3 \Rightarrow$ sistema compatibile una sola sol.

$K = 2$ $\quad r(A) = r(A|b) = 2 \quad \left|\begin{pmatrix} -K & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right| \neq 0 \ \forall K \Rightarrow$ sist. compatibile $\infty^{3-2} = \infty^1$ soluzioni

$K = 4$ $\quad r(A|b) = 3 \neq r(A) = 2 \Rightarrow$ sist. incompatibile

---

Esercizio 2. Relativamente alla seguente funzione

$$f(x) = \frac{(x-2)}{e^x}$$

dominio $\mathbb{R}$

intersezioni con gli assi cartesiani $(0,-2)$ $(2,0)$

segno $f(x) > 0 \leftrightarrow x > 2$

singolarità NO

comportamento all'infinito $\lim_{x \to +\infty} \frac{x-2}{e^x} = 0$ $\quad \lim_{x \to -\infty} \frac{x-2}{e^x} = -\infty$

equazioni cartesiane degli asintoti $y = 0$ A.O. (dx)

intersezione tra la funzione e i suoi asintoti $(2,0)$

derivata prima e suo segno $f'(x) = \frac{3-x}{e^x}$ $\quad f'(x) > 0 \longleftrightarrow x < 3$

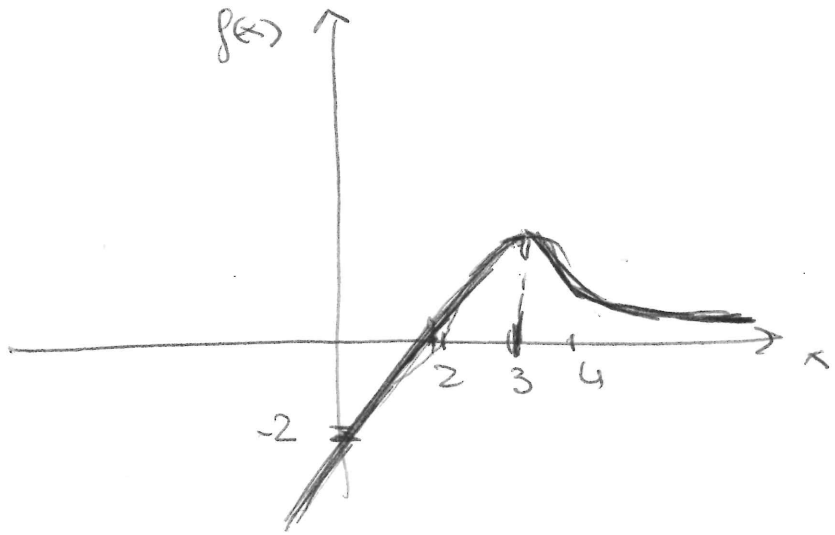
intervalli in cui la funzione è crescente o decrescente $f(x)$ crescente per $x \in (-\infty, 3)$
$f(x)$ decrescente per $x \in (3, +\infty)$

punti di massimo e minimo locali $x_M = 3$

derivata seconda e suo segno $f''(x) = \frac{x-4}{e^x}$ $\quad f''(x) > 0 \longleftrightarrow x > 4$

punti di flesso $x_F = 4$

grafico



Esercizio 3. Risolvere il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{x+3}{x^2-6x}\,dx =$$

Soluzione: $= \int \frac{A}{x}dx + \int \frac{B}{(x-6)}dx = -\frac{1}{2}\int \frac{1}{x}dx + \frac{3}{2}\int \frac{1}{(x-6)}dx =$
$= -\frac{1}{2}\ln|x| + \frac{3}{2}\ln|x-6|$

Esercizio 4. DARE LA DEFINIZIONE di $\lim_{x\to x_0} f(x) = -\infty$. Verificare la validità del limite seguente indicando il valore del raggio dell'intorno destro del punto limite:

$$\lim_{x\to 1^+} \ln(x-1) = -\infty$$

Soluzione:

$\forall M > 0 \ \exists\, \delta_{x_0 M} : (x - x_0) < \delta_{x_0 M} \longrightarrow f(x) < -M$

$\ln(x-1) < -M \longleftrightarrow x - 1 < e^{-M}$ $\qquad \delta_{x_0 M} = \frac{1}{e^M}$

$\longleftrightarrow x < 1 + e^{-M}$