Compito di MATEMATICA CORSO BASE del _____

Cognome _____ **Nome** _____

Matricola _____

Esercizio 1. Si consideri il seguente sistema

$$\begin{cases} 2x - 4y = 1 \\ x - ky = 2k - 1 \\ -3x + 3ky = -4k \end{cases}$$

Studiare il sistema al variare del parametro k. Per ogni caso, stabilire se il sistema è **compatibile oppure no**. Se il sistema è compatibile, indicare il numero delle soluzioni e calcolare le soluzioni esplicite utilizzando la **Regola di Cramer**. OGNI RISULTATO DEVE ESSERE ADEGUATAMENTE GIUSTIFICATO ILLUSTRANDO I PASSAGGI LOGICI CHE HANNO PERMESSO DI STABILIRLO.

$K \neq 2, \frac{3}{2}$ $r(A|b) = 3$ siccome $r(A) \leq 2 \Rightarrow$ Sist. Incomp.

$K = 2$ $r(A) = 1$ $r(A|b) = 2 \Longrightarrow$ Sist. Incomp.

$K = \frac{3}{2}$ $r(A) = r(A|b) = 2 \Rightarrow$ Sist. compatibile 1 sol.

Esercizio 2. Relativamente alla seguente funzione

$$f(x) = \frac{1}{e^x - 2}$$

dominio $x \in \mathbb{R} \setminus \{\ln 2\}$

intersezioni con gli assi cartesiani $(0, -1)$

segno $f(x) > 0$ per $x > \ln 2$

singolarità $x_0 = \ln 2$ $\lim_{x \to \ln 2^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \to \ln 2^-} f(x) = -\infty$

comportamento all'infinito $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$

equazioni cartesiane degli asintoti $y = 0$, $y = -\frac{1}{2}$ A.O.

$x = \ln 2$ A.V.

intersezione tra la funzione e i suoi asintoti NO

derivata prima e suo segno $f'(x) = -\frac{e^x}{(e^x-2)^2}$ $f'(x)>0$ MAI

$f'(x)<0 \ \forall x \in \mathbb{R}\setminus\{\ln 2\}$

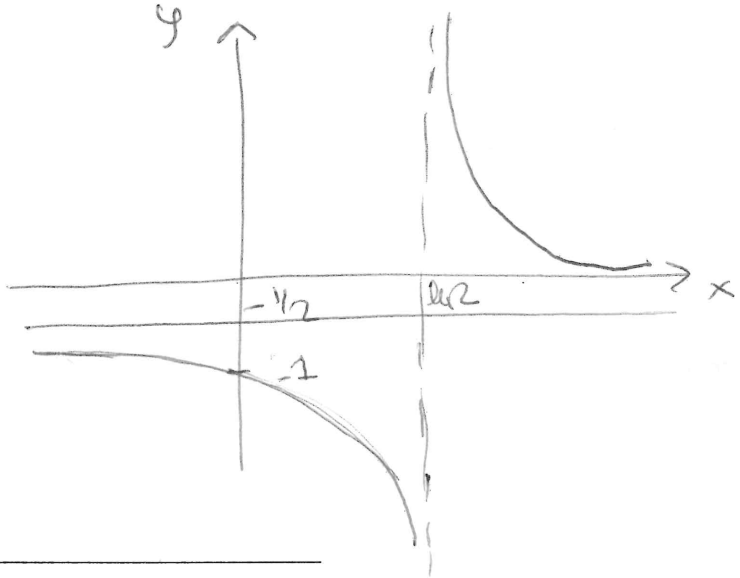
intervalli in cui la funzione è crescente o decrescente $f(x)$ decrescente su tutto il suo dominio

punti di massimo e minimo locali NO

derivata seconda e suo segno $f''(x) = \frac{e^x(e^x+2)}{(e^x-2)^3}$ $f''(x)>0$ per $x>\ln 2$

punti di flesso NO

grafico



Esercizio 3. Risolvere il seguente integrale definito:

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[4]{2x+1}}\,dx =$$

Soluzione: $= \frac{2}{3}\sqrt[4]{(2x+1)^3}\Big|_0^1 = \frac{2}{3}\sqrt[4]{27} - \frac{2}{3}$

Esercizio 4. DARE LA FORMULA GENERALE DEL POLINOMIO DI MC LAURIN DI GRADO n per una $f(x)$. Calcolare tale polinomio con $n = 2$ per la funzione seguente:

$$f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-1}$$

Soluzione:

$P_2(x) = -2 - \frac{6}{2!}(x-0)^2 \Leftrightarrow P_2(x) = -2-3x^2$

$f'(x) = -\frac{6x}{(x^2-1)^2}$ $f''(x) = \frac{18x^2+6}{(x^2-1)^3}$ $f(0)=-2$, $f'(0)=0$, $f''(0)=-6$