

**STATISTICA CORSO BASE.** Prova scritta del 5-2-2018. *Tempo: 2 ore*

**Cognome e Nome:** ..... **Matricola:** .....

Ex 1 Di seguito è riportato il numero di figurine possedute da 8 bambini di una scuola elementare e il reddito netto mensile dei genitori

	Mario	Luigi	Francesco	Sonia	Barbara	Luca	Valerio	Francesca
$N^{\circ}$ Figurine ( $y_i$ )	125	215	55	80	230	55	30	310
Reddito ( $x_i$ )	2800	3500	2000	1800	4200	1800	1600	6200

1. Calcolare media, deviazione standard, mediana e primo quartile del numero di figurine possedute dai bambini

2. Calcolare il rapporto di concentrazione  $G$

3. Disegnare la curva di concentrazione

Ex 2 Utilizzando i dati del primo esercizio e sapendo che la somma dei prodotti tra il numero di figurine e il reddito dei genitori, ovvero  $\sum_{i=1}^8 x_i y_i$ , è pari a 4391500

1. Calcolare la covarianza tra il reddito dei genitori e il numero di figurine possedute dai figli
2. Calcolare i valori  $b_0$  e  $b_1$  della retta di regressione dei minimi quadrati  $\hat{y} = b_0 + b_1 x$  per la variabile  $Y$  data dal numero di figurine rispetto alla variabile  $X$  data dal reddito dei genitori
3. Calcolare il valore dell'indice  $r^2$  e stabilire se la retta mostra un buon adattamento ai dati
4. Calcolare il valore del residuo  $e_1$  relativo a Mario
5. Disegnare il diagramma a dispersione per le variabili  $Y$ , numero di figurine, e  $X$ , reddito dei genitori e sovrapporre al grafico la retta di regressione calcolata in precedenza

EX 3 La pasticceria Mimosa ha due macchinari per la produzione di marron glaces. Con il primo macchinario (tipo A) il 3% dei marron glaces prodotti risultano frantumati (evento  $F$ ), con il secondo macchinario (tipo B) tale proporzione sale al 5%. Sappiamo inoltre che il 25% dei marron glaces della pasticceria è prodotta con il macchinario di tipo 1.

1. Calcolare la probabilità che un marron glaces prodotto dalla pasticceria Mimosa sia frantumato

$$P(F) = P(F|A) \cdot P(A) + P(F|B) \cdot P(B) = 0.03 \cdot 0.25 + 0.05 \cdot 0.75 = 0.0425$$

2. Sapendo che un marron glaces si è frantumato, calcolare la probabilità che sia stato prodotto con il macchinario A

$$P(A|F) = \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{P(F|A) \cdot P(A)}{P(F)} = \frac{0.03 \cdot 0.25}{0.0425} = 0.176$$

3. Supponendo che i marron glaces finiscano nelle scatole indipendentemente l'uno dall'altro, calcolare la probabilità che in una scatola da 10 marron glaces almeno uno sia frantumato

$X =$  numero cioccolatini frantumati in scatola da 10,  $X \sim \text{Binomiale}(10, 0.0425)$

$$P(X > 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0.0425 (1 - 0.0425)^{10} = 1 - 0.355^{10} = 0.631$$

4. Calcolare approssimativamente la probabilità che in una scatola da 100 marron glaces, la proporzione di quelli frantumati sia compresa tra 0.04 e 0.05

$\hat{p} =$  proporzione su 100 scatole  $\hat{p} \sim N\left(p, \left(\frac{p(1-p)}{n}\right)^2\right)$  ovvero  $\hat{p} \sim N(0.0425, 0.021^2)$

$$P(0.04 < \hat{p} < 0.05) = P\left(\frac{0.04 - 0.0425}{0.021} < N(0,1) < \frac{0.05 - 0.0425}{0.021}\right) = P(-0.2381 < N < 0.3571) \approx 0.188$$

Ex 4 Utilizzando sempre i dati del primo esercizio, supponiamo che le otto famiglie riportate possano essere considerate un campione casuale di famiglie di tutta la scuola elementare. Assumiamo inoltre che la distribuzione del reddito all'interno della scuola sia una variabile casuale Normale con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$  entrambe incognite

1. Calcolare l'intervallo di confidenza al 95% per  $\mu$

2. Verificare il sistema di ipotesi

$$H_0 : \mu = 1800$$

$$H_1 : \mu \neq 1800$$

ad un livello di significatività  $\alpha = 0.05$ . In particolare, riportare il valore della statistica test, stabilire se l'ipotesi  $H_0$  può essere rifiutata e fornire una valutazione (approssimata) del p-value