

# Esame Finanza Quantitativa (A) – 10.07.2023

## Indicazioni per lo svolgimento della prova d'esame

- Svolgere gli esercizi teorici sui fogli bianchi a disposizione, riportando su ogni foglio Nome, Cognome, numero di matricola e lettera indicante l'eventuale traccia. Solo in caso di malfunzionamenti delle apparecchiature informatiche, anche gli esercizi che richiedono la costruzione di codici Matlab andranno riportati sui fogli e consegnati.
- Salvare tutti i files .m in una cartella denominata COGNOME\_MATRICOLA\_tracciaA.
- Ciascuna function Matlab va salvata in un singolo file .m, specificando nel nome del file il proprio cognome ed il numero di matricola. *Suggerimento:* ad esempio, scrivere Esercizio1\_tracciaA\_COGNOME\_MATRICOLA.m Creare un unico script con le soluzioni di tutti gli esercizi, riportando anche qui il proprio cognome ed il numero di matricola. *Suggerimento:* ad esempio, scrivere Script\_Esercizio1\_tracciaA\_COGNOME\_MATRICOLA.m

# Esame Finanza Quantitativa (A) – 10.07.2023

- (i) Rispondere ai seguenti quesiti:
- Dare la definizione di contratto Forward.
  - Attraverso argomenti di non arbitraggio, determinare il valore equo  $p(t, s, T)$ ,  $t \leq s \leq T$ , di un contratto Forward.
- (ii) Si consideri un mercato finanziario costituito da un titolo non rischioso con tasso di interesse risk-free  $r \in \mathbb{R}^+$ , un titolo rischioso  $S = \{S_t\}_{t \in [0, T]}$  che evolve secondo un modello diffusivo a tempo continuo con volatilità  $\sigma \in \mathbb{R}^+$ , e un titolo derivato  $F = F(t, S_t)$ .
- Scrivere la PDE associata al derivato  $F$  rispetto al processo  $X_t = \ln(S_t)$ .
  - Ricavare, mostrando tutti i passaggi, l'equazione alle differenze con il metodo esplicito, associata alla PDE.
  - Costruire un codice Matlab per determinare il prezzo di una opzione call europea con il metodo esplicito alle differenze finite, di parametri  $S_0 = 100$ ,  $K = 95$ ,  $T = 1$ ,  $\sigma = 15\%$ ,  $r = 1.9\%$ .
- (iii) Utilizzando il metodo Monte Carlo con  $M = 10^3$  simulazioni e un campione di lunghezza  $n = 10^3$ , valutare l'area delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = (x - 1) \log(x^2 + 4)$ , per  $x \in [0, 2]$ . Per ciascuno dei campioni ottenuti, confrontare la distribuzione teorica e la distribuzione empirica.
- Determinare, mostrando tutti i passaggi, quanto deve valere la taglia del campione per il metodo Monte Carlo.