

# Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 11.07.2022

- (i) (6/9 CFU) Verificare, mostrando tutti i passaggi, che il prezzo del  $k$ -simo flooret al tempo  $t \in [0, T]$  è

$$N(1 + \tau_k i_{floor}) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ e^{-\int_t^{T_{k-1}} r_s ds} \left( p(T_{k-1}, T_k) - \frac{1}{1 + \tau_k i_{floor}} \right)^+ \middle| \mathcal{F}_t \right].$$

Specificare cosa indicano le grandezze che compaiono nella formula precedente. Quale proprietà soddisfa la misura  $\mathbb{Q}$ ?

- (ii) (6/9 CFU) Scrivere la dinamica del modello di Heston nella misura fisica  $\mathbb{P}$ , descrivendo il ruolo di ciascun parametro coinvolto. Determinare la dinamica dello stesso modello sotto la misura neutrale al rischio  $\mathbb{Q}$ , motivandone i passaggi.
- (iii) (9 CFU) Calcolare il prezzo di un  $T$ -ZCB soggetto a fallimento sotto l'ipotesi di Recovery of Treasury.
- (iii) (6 CFU) Sia  $X = \{X_t\}_{t \geq 0}$  una  $(\mathcal{F}_t, \mathbb{P})$ -martingala in  $L^2$ . Verificare se

$$\mathbb{E}[(X_t - X_s)^2 | \mathcal{F}_s] = \mathbb{E}[X_t^2 | \mathcal{F}_s] - X_s^2.$$