

# Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 12.07.2021

- (i) (6/9 CFU) Sia  $X = \{X_t\}_{t \in [0, T]}$  un processo stocastico che evolve secondo la seguente dinamica risk-neutral

$$dX_t = a(b - X_t)dt + \sigma\sqrt{X_t}dW_t, \quad t \in [0, T].$$

Determinare il differenziale stocastico del processo  $Y_t := \frac{1}{X_t}$ . Di che tipo di processo si tratta? Argomentare esaurientemente la risposta.

- (ii) (6/9 CFU) Determinare il prezzo di uno ZCB in un modello per il tasso a breve della forma

$$dr_t = -2r_t dt + 4\%dW_t, \quad t \in [0, T],$$

assumendo una maturity di un anno.

- (iii) (6/9 CFU) Scrivere la formula del prezzo di una opzione call europea quando il sottostante evolve secondo il modello di Heston. Cosa rappresenta  $\mathcal{P}_1$ ? Ricavarne una espressione alternativa applicando la tecnica del cambio di numerario.