

Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 15.02.2023

- (i) (6/9 CFU) Sia $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \in [0, T]}, \mathbb{P})$ uno spazio di probabilità filtrato. Siano, inoltre, $W = \{W_t\}_{t \in [0, T]}$ un processo di Wiener e $\lambda \in \mathbb{R}$.
- Verificare se il processo $M = \{M_t\}_{t \in [0, T]}$ tale che $M_t := \exp \left\{ \lambda W_t - \frac{1}{2} \lambda^2 t \right\}$ è una $(\mathcal{F}_t, \mathbb{P})$ -martingala, per ogni $t \in [0, T]$. Dimostrare, inoltre, che $\mathbb{E}[M_T] = 1$.
 - Fornire una spiegazione finanziaria per il processo M e per il parametro λ .
- (ii) (6/9 CFU) Dimostrare che il prezzo equo di un Payer-IRS al tempo $t \in [0, T]$ è $V_t^{IRS, P} = p(t, t_0) - p(t, T) - i_{swap} \cdot BPV(t)$. Determinare, inoltre, una espressione esplicita per il tasso swap i_{swap} .
- (iii) (9 CFU) Calcolare la probabilità di default in modelli strutturali.
- (iii) (6 CFU) Ricavare la condizione sul drift nei modelli HJM.