

# Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 11/09/2020

- (i) **(6/9 CFU)** Sia  $X_t \in L^2$  una  $\mathcal{F}_t$ -martingala su  $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}, \mathbb{P})$ .

Calcolare

$$\mathbb{E}[(X_t - X_s)^2 | \mathcal{F}_s] \text{ e } \mathbb{E}[(X_t - X_s)^2], s < t.$$

- (ii) **(6/9 CFU)** Dare la definizione di *numeraire* e spiegare cosa si intende per *misura forward*. Spiegare brevemente quale risultato teorico si usa per determinare tale misura ed in che modo questo venga applicato.
- (iii) **(6/9 CFU)** Descrivere il modello CIR sotto la misura fisica  $\mathbb{P}$ , determinarne una soluzione esplicita e calcolarne momento primo e secondo.  
Come si scrive la dinamica CIR sotto la misura risk-neutral  $\mathbb{Q}$ ?