

# STATISTICA AVANZATA ED ECONOMETRIA

A. Tancredi

Prova scritta del 11-5-2016

A Sia  $(y_1, \dots, y_n)$  un insieme di dati dove  $y_i \sim N(\beta_0 + 3x_i, \sigma^2)$  con  $\beta_0$  e  $\sigma^2$  entrambi incogniti e  $x_1, \dots, x_n$  costanti note.

1. Calcolare la funzione di verosimiglianza per  $(\beta_0, \sigma^2)$
2. Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza per  $(\beta_0, \sigma^2)$
3. Calcolare la matrice di informazione di Fisher
4. Determinare un intervallo di confidenza approssimato per  $\beta_0$  di livello  $1 - 2\alpha$
5. Determinare un intervallo di confidenza esatto per  $\beta_0$
6. Calcolare la verosimiglianza profilo per  $\beta_0$

B Supponiamo di avere due osservazioni indipendenti  $x$  e  $y$  dove  $x \sim Poisson(\tau)$  e  $y \sim Poisson(\beta\tau)$

1. Scrivere la funzione di verosimiglianza per  $\tau, \beta$
2. Verificare che il vettore score ha media nulla
3. Calcolare la stima di massima verosimiglianza per  $(\beta, \tau)$
4. Calcolare la matrice di informazione di Fisher
5. In questo esercizio avrebbe senso riportare un intervallo di confidenza approssimato per  $\tau$  o  $\beta$ ?