

# STATISTICA AVANZATA ED ECONOMETRIA

A. Tancredi

Prova scritta del 6-6-2016

A Per un campione casuale di  $n$  giocatori partecipanti al campionato europeo di calcio sia  $y_i$  il numero di goal segnati e  $t_i$  il numero di partite giocate. Supponendo che  $y_1, \dots, y_n$  siano realizzazioni indipendenti da variabili casuali di Poisson con media  $\lambda t_i$ , ovvero che

$$P(Y_i = y_i) = \frac{e^{-\lambda t_i} (\lambda t_i)^{y_i}}{y_i!} \quad y_i = 0, 1, \dots$$

per  $i = 1, \dots, n$  e che  $t_1, \dots, t_n$  siano valori prefissati (non casuali)

1. Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza  $\hat{\lambda}$  per  $\lambda$
2. Verificare che  $\hat{\lambda}$  è corretto e determinarne la varianza
3. Supponendo che  $n = 10$ ,  $\sum_{i=1}^{10} y_i = 6$  e  $\sum_{i=1}^{10} t_i = 30$  qual è il valore assunto da  $\hat{\lambda}$ ?
4. La funzione di verosimiglianza assume un valore maggiore in  $\lambda = 1/5$  o in  $\lambda = 1/2$ ?
5. Determinare l'informazione di Fisher  $I(\lambda)$ . Cosa succede alla quantità  $I(\lambda)$  quando il numero di partite giocate  $t_i$  cresce?
6. Calcolare un intervallo di confidenza approssimato per  $\lambda$

B Supponiamo di avere due osservazioni indipendenti  $x$  e  $y$  dove  $x$  si distribuisce come una v.c. esponenziale con media  $\tau$  e  $y$  come una v.c. esponenziale con media  $\beta\tau$

1. Scrivere la funzione di verosimiglianza per  $(\tau, \beta)$
2. Verificare che il vettore score ha media nulla
3. Calcolare la stima di massima verosimiglianza per  $(\tau, \beta)$
4. Calcolare la log verosimiglianza profilo per  $\tau$
5. In questo esercizio avrebbe senso riportare un intervallo di confidenza approssimato per  $\tau$  o  $\beta$ ?