

STATISTICA AVANZATA ED ECONOMETRIA

A. Tancredi

Prova scritta del 1-7-2016

A Sia (y_1, \dots, y_n) un insieme di dati dove $y_i \sim N(\beta_0 + 3x_i, \sigma^2)$ con β_0 e σ^2 entrambi incogniti e x_1, \dots, x_n costanti note.

1. Calcolare la funzione di verosimiglianza per (β_0, σ^2)
2. Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza per (β_0, σ^2)
3. Calcolare la matrice di informazione di Fisher
4. Determinare un intervallo di confidenza approssimato per β_0 di livello $1 - 2\alpha$
5. Determinare un intervallo di confidenza esatto per β_0
6. Calcolare la verosimiglianza profilo per β_0

B Supponiamo di avere due campioni di osservazioni indipendenti x e y dove

$$x = (x_1, \dots, x_n) \stackrel{i.i.d.}{\sim} Poisson(\tau)$$

e

$$y = (y_1, \dots, y_n) \stackrel{i.i.d.}{\sim} Poisson(\beta\tau)$$

1. Calcolare la stima di massima verosimiglianza $\hat{\beta}$ per β con il campione y assumendo $\tau = 3$, riportare media e varianza di $\hat{\beta}$
2. Scrivere la funzione di verosimiglianza per τ, β
3. Verificare che il vettore score ha media nulla
4. Calcolare la stima di massima verosimiglianza per (β, τ)
5. Calcolare la matrice di informazione di Fisher