

STATISTICA AVANZATA ED ECONOMETRIA

A. Tancredi

Prova scritta del 25-7-2016

A Sia (y_1, \dots, y_n) un insieme di dati dove $y_i \sim N(\beta_1 x_i, \sigma^2)$ con β_1 noto e σ^2 incognito, e x_1, \dots, x_n costanti note.

1. Calcolare la funzione di verosimiglianza per σ^2
2. Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza per σ^2 e stabilirne la distribuzione
3. Determinare $E(\hat{\sigma}^2)$
4. Calcolare l'informazione osservata per σ^2

B **Esercizio 2** Siano y_1, \dots, y_n n realizzazioni indipendenti di una variabile casuale Y discreta con distribuzione di probabilità

$$P(Y = y) = (1 - \theta)^{y-1} \theta \quad y = 1, 2, \dots$$

dove il parametro $\theta \in [0, 1]$

1. Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza $\hat{\theta}$ per θ
2. Sapendo che $E(Y) = 1/\theta$ quanto vale $E(1/\hat{\theta})$
3. Supponiamo che per un dato campione di numerosità 10 si abbia $\sum_{i=1}^n y_i = 5$. Per questo campione calcolare il valore assunto da $\hat{\theta}$ e il valore del rapporto $L(\theta = 1/3; y)/L(\hat{\theta}; y)$. Sulla base del rapporto delle verosimiglianze appena calcolato ritieni che il valore $\theta = 1/3$ possa aver generato questo campione?
4. Calcolare un intervallo di confidenza approssimato per θ . Sulla base del campione precedente stabilire se il valore $\theta = 1/3$ si trova all'interno dell'intervallo di confidenza