

# STATISTICA AVANZATA ED ECONOMETRIA

A. Tancredi

Prova scritta del 23-02-2016

A Sia  $(y_1, \dots, y_n)$  un insieme di dati indipendenti dove  $y_i$  si distribuisce come una variabile casuale di Poisson con media  $\lambda t_i$  dove  $t_1, \dots, t_n$  sono costanti positive note.

1. Scrivere la funzione di verosimiglianza per  $\lambda$
2. Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza per  $\lambda$  e determinarne media e varianza
3. Calcolare l'informazione osservata per  $\lambda$
4. Determinare un intervallo di confidenza approssimato per  $\lambda$ .

B Sia  $(y_1, \dots, y_n)$  un insieme di dati indipendenti dove  $y_i$  si distribuisce come una variabile casuale Normale con media  $\mu$  e varianza  $c_i^2$  dove  $c_1, \dots, c_n$  sono costanti positive note.

1. Scrivere la funzione di verosimiglianza per  $\mu$
2. Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza per  $\mu$  e determinarne media e varianza

C **Esercizio 2** Siano  $y_1, \dots, y_n$   $n$  realizzazioni indipendenti di una variabile casuale  $Y$  di tipo esponenziale con media  $1/\lambda$

1. Scrivere la funzione di verosimiglianza per  $\lambda$
2. Sia  $y_{n+1}$  un'altra osservazione indipendente da tutte le altre. Supponendo di sapere solamente che  $y_{n+1} > c$  dove  $c$  è una costante nota, scrivere la nuova funzione di verosimiglianza per  $\lambda$ . (Può essere utile ricordare che la funzione di ripartizione dell'esponenziale è  $F(y) = P(Y \leq y) = 1 - e^{-\lambda y}$ )
3. Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza per  $\lambda$  avendo a disposizione  $y_1, \dots, y_n$  e sapendo che  $y_{n+1} > c$ .