

Metodi Statistici per L'Economia

A. Tancredi

Prova scritta del 14-07-2017

A Si consideri un campione casuale (x_1, \dots, x_n) di n osservazioni da una v.c. X con densità

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \theta^{-1} \frac{1}{x} \exp \left\{ -\frac{1}{2\theta^2} (\log x - 3)^2 \right\}$$

1. Scrivere la funzione di verosimiglianza per θ
2. Individuare una statistica sufficiente
3. Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza per θ
4. Verificare che $Y = \log X$ è una v.c Normale con media 3 e varianza θ^2 e che la funzione score ha media pari a 0.
5. Calcolare l'informazione di Fisher per θ
6. Determinare un intervallo di confidenza approssimato per θ .

B Sia $y = (y_1, \dots, y_n)$ una sequenza di osservazioni che possono assumere solo i valori 0 e 1. Supponiamo inoltre che $y_1 = 1$,

$$y_j | y_{j-1} = 0 \sim \text{Bernoulli}(\theta_0) \quad y_j | y_{j-1} = 1 \sim \text{Bernoulli}(\theta_1)$$

e che

$$p(y_2, \dots, y_n; \theta_0, \theta_1) = \prod_{j=2}^n p(y_j | y_{j-1}; \theta_0, \theta_1)$$

1. Supponendo che $y = c(1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1)$ scrivere la funzione di verosimiglianza per θ_0 e θ_1
2. Calcolare il valore delle stime di massima verosimiglianza per θ_0 e θ_1
3. Determinare l'espressione della funzione di verosimiglianza per θ_0 e θ_1 nel caso generico di una sequenza y_1, \dots, y_n
4. Determinare l'espressione delle stime di massima verosimiglianza per θ_0 e θ_1 nel caso generico di una sequenza y_1, \dots, y_n

C Rispondere a scelta ad una delle seguenti domande teoriche

1. Enunciare e dimostrare il teorema del limite inferiore di Cramer-Rao
2. Ricavare lo stimatore dei minimi quadrati generalizzati riportando l'espressione della varianza e illustrando un esempio .