

Metodi Statistici per l'Economia

A. Tancredi

Prova scritta del 15-07-2019

A Sia (x_1, \dots, x_n) un insieme di dati indipendenti e identicamente distribuiti generati da una v.c. $X \sim \mathcal{N}(m, m^2\theta)$ con m noto e $\theta > 0$ incognito

1. Scrivere la funzione di verosimiglianza per θ
2. Determinare una statistica sufficiente
3. Verificare che la funzione score ha media nulla
4. Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza per θ
5. Calcolare l'informazione di Fisher attesa per θ
6. Determinare un intervallo di confidenza di livello $1 - \alpha$ per θ
7. Verificare se la varianza di $\hat{\theta}$ raggiunge il limite inferiore di Rao-Carmer
8. Riportare la distribuzione esatta di $\hat{\theta}$

B Sia $y = (y_1, \dots, y_n)$ un vettore di osservazioni indipendenti dove y_i è una realizzazione da una v.c. Normale con media $2 + \beta x_i$ con β incognito e varianza σ^2 nota e x_1, \dots, x_n costanti note

1. Scrivere la funzione di verosimiglianza per β
2. Determinare una statistica sufficiente per β
3. Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per β
4. Calcolare l'informazione di Fisher Per β
5. Determinare la distribuzione esatta di β
6. Riportare un intervallo di confidenza esatto al 95% per β

C Sia $y = (y_1, \dots, y_n)$ un vettore di osservazioni indipendenti dove y_i è una realizzazione da una v.c. Esponenziale con media $1/\lambda$. Sia c una costante nota. Supponiamo di sapere solamente che $y_1 < c$ e $y_i > c$ per $i = 2, \dots, n$

1. Scrivere la funzione di verosimiglianza per λ
2. Calcolare la stima di massima verosimiglianza $\hat{\lambda}$
3. Cosa succede se $n \rightarrow \infty$? e se $c \rightarrow \infty$?
4. Indichiamo ora con T il numero di osservazioni minori di c . Scrivere la funzione di verosimiglianza per λ nel caso in cui si conosca solo il valore di T
5. Verificare che, nel caso precedente, la funzione score ha media nulla