

Relazione sull'attività didattica e di ricerca di
Giovanni Cerulli Irelli
dal 01 Settembre 2016 ad oggi

Giovanni Cerulli Irelli

29 Aprile 2019

Attività didattica:

Nel primo anno di contratto ho tenuto il corso di Geometria1 per ingegneria civile ed il secondo ed il terzo anno il corso di Geometria1 per ingegneria civile e per ingegneria per l'ambiente ed il territorio. Si tratta di un corso da 9CFU, che consiste in 8 ore di didattica frontale a settimana per 13 settimane. Fin dal primo anno mi sono impegnato a rendere il corso in linea con le necessità degli studenti di ingegneria, molto diverse da quelle degli studenti di scienze. Ho quindi insistito molto sulle applicazioni: approssimazione lineare, analisi di dati statistici (polinomio interpolatore e polinomio approssimante, matrici di Vandermonde), decomposizioni matriciali più utilizzate (decomposizione QR, decomposizione ai valori singolari, decomposizione LU), sistemi lineari associati a sistemi elettrici con resistenze costanti e a circuiti stradali. Il programma del corso include la teoria delle matrici, spazi vettoriali, applicazioni lineari, determinanti, sottospazi invarianti e diagonalizzazione, forme quadratiche, applicazioni bilineari e prodotti scalari, spazi metrici, coniche. Tutti i risultati del corso (a parte il teorema fondamentale dell'algebra) sono stati dimostrati a lezione, in modo da incoraggiare gli studenti ad imparare ad utilizzare il ragionamento rigoroso.

L'esame consiste in una prova scritta ed in una prova orale. La prova scritta consiste di 5 esercizi ognuno da 7 punti. Con la prova scritta lo studente dimostra di aver appreso le tecniche di calcolo e di risoluzione di problemi di geometria ed algebra lineare discusse a lezione. Accede alla prova orale lo studente che totalizza almeno 18 punti nella prova scritta. La prova orale ha una durata consistente e verte su tutti gli argomenti svolti a lezione. Durante la prova orale lo studente dimostra di aver appreso le definizioni, gli enunciati dei teoremi principali e le loro dimostrazioni.

Il corso include l'insegnamento dell'utilizzo di MATLAB per la risoluzione dei problemi del corso. Nell'ultimo anno (a.a. 2018/19) ho tenuto due lezioni presso il laboratorio di calcolo di via Tiburtina 205, con l'aiuto degli ambassador di MATLAB presso il nostro ateneo.

In tabella 1 si trovano i grafici a ragnatela delle opinioni degli studenti per i primi due anni (i dati del terzo anno ancora non sono disponibili). Si evincono criticità nei punti 1 e 7, ovvero prerequisiti e chiarezza nell'esposizione. Il dato è migliorato dal primo al secondo anno. Sto lavorando per appianare il divario con la media di facoltà. Durante il terzo anno ho reso disponibili le note del corso, aggiornate lezione per lezione. Ho utilizzato lo strumento elettronico google moduli, fornito con la posta di ateneo, per somministrare

questionari durante le lezioni e per rendermi conto di eventuali criticità.

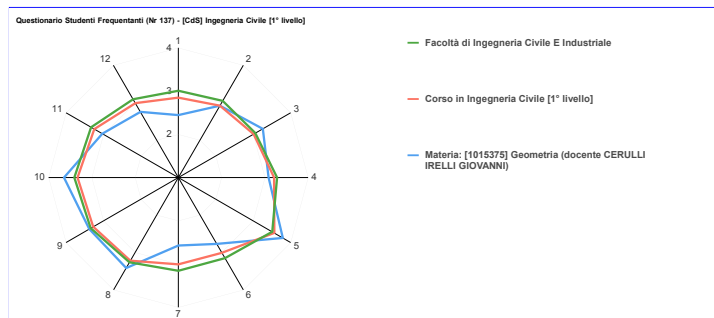
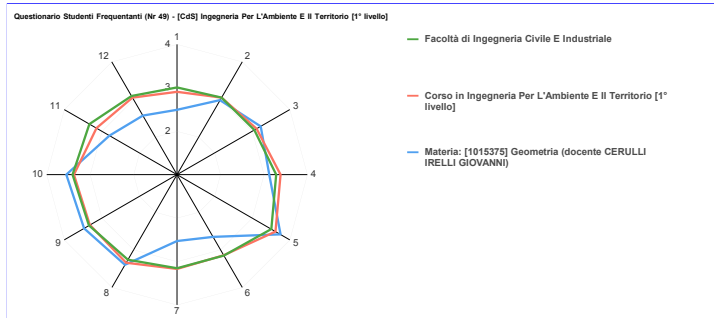
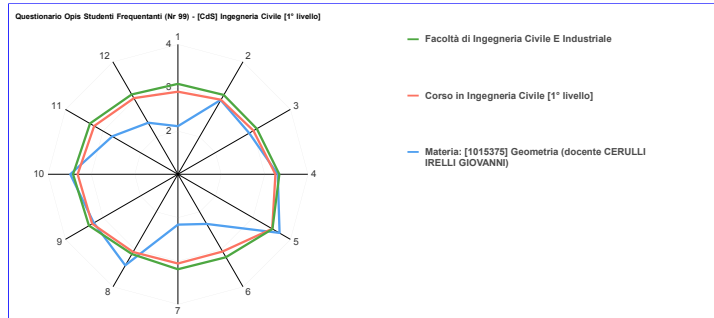
Ho curato meticolosamente il sito web del corso:

<http://www.sbai.uniroma1.it/~giovanni.cerulliirelli/Didattica.html>

che contiene tutte le informazioni utili. Il sito include oltre alle informazioni pratiche (date, orari e aule degli esami e delle lezioni) il programma dettagliato svolto a lezione, aggiornato di volta in volta, ed inoltre le note di ogni lezione e le soluzioni degli esercizi settimanali. La pagina del corso contiene un questionario a risposta aperta in cui gli studenti possono lasciare commenti anonimi.

Ho cambiato tre libri di testo nei tre anni del corso. Il primo anno ho usato Abate-DeFabritiis, il secondo Nicholson ed il terzo Schlessinger. Nessuno dei tre testi è risultato di particolare gradimento agli studenti e sto lavorando per stampare le mie note del corso e gli esercizi.

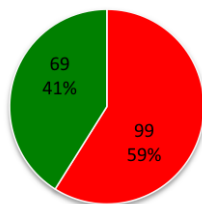
La percentuale di promossi tra gli studenti esaminati è evidenziata nella tabella 2. La tabella 3 contiene i numeri dettagliati in ognuno degli appelli ordinari.



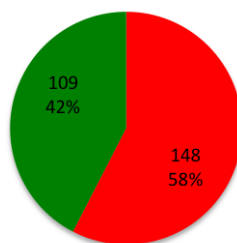
Domande	Indice Materia	Media Corso	Media Facoltà
1. Le conoscenze preliminari possedute sono risultate sufficienti per la comprensione degli argomenti previsti nel programma d'esame?	2.47	2.85	3.03
2. Il carico di studio dell'insegnamento è proporzionato ai crediti assegnati?	2.98	3.02	3.08
3. Il materiale didattico (Indicato e disponibile) è adeguato per lo studio della materia?	3.21	3.17	3.11
4. Le modalità di esame sono state definite in modo chiaro?	3.11	3.35	3.29
5. Gli orari di svolgimento di lezioni, esercitazioni e altre eventuali attività didattiche sono rispettati?	3.74	3.55	3.54
6. Il docente stimola / motiva l'interesse verso la disciplina?	2.62	2.97	3.17
7. Il docente espone gli argomenti in modo chiaro?	2.51	3.06	3.17
8. Le attività didattiche integrative (esercitazioni, tutorati, laboratori, etc...) sono utili all'apprendimento della materia?	3.40	-	-
9. L'insegnamento è stato svolto in maniera coerente con quanto dichiarato sul sito Web del corso di studio?	3.47	3.34	3.38
10. Il docente è reperibile per chiarimenti e spiegazioni?	3.55	3.29	3.46
11. E' interessato/a agli argomenti trattati nell'insegnamento?	2.79	3.15	3.35
12. Sono complessivamente soddisfatto di come è svolto questo insegnamento?	2.55	2.98	3.12

Tabella 1: OPIS 2016/17 e 2017/18

**Percentuale di promossi tra gli
esaminati a.a. 2016/17**



**Percentuale di promossi tra gli
esaminati a.a. 2017/18**



**Percentuale di promossi tra gli
esaminati a.a. 2018/19**

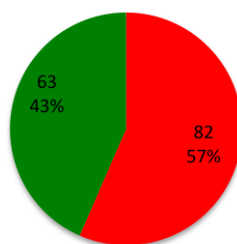


Tabella 2: Promossi (in verde) tra gli esaminati

2017	Numero di presenti	Numero di compiti consegnati	Numero di ammessi all'orale	Numero di promossi
Gen	72	56	39	35
Feb	62	53	22	20
Giu	38	38	26	24
Lug	30	29	11	8
Set	16	16	9	9
2018				
Gen	40	32	10	8
Feb	116	67	30	25
Giu	92	61	23	22
Lug	63	52	23	19
Set	34	21	9	8
2019				
Gen	84	53	18	18
Feb	108	92	53	45

Tabella 3: Statistiche degli appelli ordinari

Attività di ricerca

La mia ricerca si svolge nel campo della teoria delle rappresentazioni delle algebre finito dimensionali con particolare attenzione agli aspetti geometrici. Data un'algebra $A = \mathbf{C}Q/I$ presentata da un quiver con relazioni ed un A -modulo finito dimensionale M , i sottomoduli di M di una fissata dimensione formano una varietà proiettiva chiamata Grassmanniana quiver. La mia ricerca riguarda lo studio della geometria delle Grassmanniane quiver con tecniche di algebra omologica.

La mia motivazione per lo studio di queste varietà ha origine dalla teoria delle algebre cluster di Fomin e Zelevinsky. E' infatti ben noto che per descrivere i generatori di un'algebra cluster (le variabili cluster) associata al quiver Q è necessario calcolare la caratteristica di Eulero delle Grassmanniane quiver associate a moduli rigidi (ovvero senza auto-estensioni) su un'algebra A presentata dal quiver Q con certe relazioni date da "potenziali generici". Fomin e Zelevinsky hanno congetturato che questo invariante topologico è sempre positivo. Tale congettura è stata dimostrata da Nakajima nel 2010, nel caso di quiver aciclici senza relazioni, e da Schiffler e Lee nel caso generale nel 2015. Gross, Hacking, Keel e Kontsevich hanno dato un'altra dimostrazione di questa congettura nel 2018.

Nel mio ultimo lavoro in collaborazione con Esposito, Franzen e Reineke ci siamo occupati di studiare la geometria delle Grassmanniane quiver associate a moduli rigidi per un quiver aciclico senza relazioni. Dai risultati appena citati sappiamo che tali varietà proiettive hanno caratteristica di Eulero positiva. Noi rafforziamo notevolmente questa affermazione e dimostriamo che la "coomologia di tali varietà è algebrica" nel senso che è generata da cicli algebrici. Più precisamente dimostriamo che tali varietà hanno la proprietà (S): ovvero gli spazi di coomologia in grado dispari sono nulli e la mappa ciclo tra l'anello di Chow e l'anello di coomologia è un isomorfismo. Questo risultato rafforza ulteriormente la congettura di Fomin e Zelevinsky e conferma un'ulteriore congettura che afferma che tali varietà ammettono decomposizione cellulare. Nello stesso lavoro, dimostriamo che nel caso di quiver di tipo finito o di tipo affine ogni Grassmanniana quiver associata ad una rappresentazione rigida ammette decomposizione cellulare. Questo lavoro è stato pubblicato sull'archivio ad Aprile 2018 ed è stato

inviato ad una rivista di alto profilo internazionale nel Luglio del 2018. Stiamo aspettando le opinioni dei revisori.

Con Francesco Esposito (Padova) stiamo lavorando al problema di trovare una decomposizione cellulare di grassmanniane quiver associate a rappresentazioni rigide di quiver.

A Gennaio del 2019 è in visita da noi la Dr.ssa Magdalena Boos. Co la Dr.ssa Boos e con Francesco Esposito sto portando avanti un progetto di ricerca che riguarda lo studio delle B-orbite 2-nilpotenti per gruppi classici. Siamo interessati a trovare formule esplicite per la determinazione della dimensione di tali orbite e per descrivere le relazioni di chiusura. Tali formule sono state trovate recentemente da Gandini-Maffei e da Gandini-Maffei-Moseneder-Papi per il nilradicale. Il nostro obiettivo è trovare formule di natura combinatoria, in linea con i lavori di Reineke-Boos e di Melnikov nel caso del gruppo generale lineare. Il punto di partenza della nostra ricerca è la riformulazione del problema in termini di rappresentazioni dell'algebra Γ_n data dal quiver

$$1 \xrightarrow{a_1} 2 \xrightarrow{a_2} \dots \xrightarrow{a_{n-1}} n \xrightarrow{a_n} \omega \xrightarrow{a_n^*} n^* \xrightarrow{a_{n-1}^*} \dots \xrightarrow{a_2^*} 2^* \xrightarrow{a_1^*} 1^*$$

con relazioni $\alpha^2 = a_n^* a_n = 0$. Quest'algebra Γ_n è dotata di una auto-dualità, e la riformulazione del problema ci suggerisce di studiare i moduli auto-duali o simmetrici. Siamo riusciti a dare una formula per la dimensione delle orbite utilizzando questa riformulazione. Adesso stiamo sviluppando la teoria delle rappresentazioni simmetriche in maniera da trovare una caratterizzazione algebrica dell'ordine di degenerazione, così come nel caso non-simmetrico è stato fatto da Bongartz e da Zwara. Abbiamo per il momento dei risultati parziali.

Ogni varietà proiettiva può essere realizzata come Grassmanniana quiver ed è quindi naturale restringere il campo della ricerca a moduli con particolari proprietà omologiche (ad esempio i rigidi) oppure ad algebre la cui teoria delle rappresentazioni è ben nota. Un filone della mia ricerca si svolge in collaborazione con Markus Reineke ed Evgeny Feigin e riguarda lo studio delle Grassmanniane quiver associate ad un quiver di tipo finito. Particolare interesse ha il caso del quiver equi-orientato

di tipo A: infatti le varietà di bandiera e le loro degenerazioni abeliane (nel senso di Feigin) ammettono una naturale realizzazione come Grassmanniane quiver di tipo A. Questa semplice osservazione è stata il punto di partenza di una ricerca che dura dal 2011.

Recentemente sono stato inserito in un progetto di ricerca che riguarda lo studio di particolari degenerazioni di varietà di bandiera, e più in generale tecniche di teoria di rappresentazioni di quiver per lo studio di varietà algebriche legate alla teoria di Lie. Abbiamo ultimato la seconda parte di un articolo pubblicato l'anno scorso, che riguarda degenerazioni lineari di varietà di bandiera parziali (il lavoro precedente riguardava varietà di bandiera complete). Il gruppo di ricerca è basato in Germania, e stiamo facendo domanda al DFG per un grosso finanziamento del nostro progetto. I PI sono Markus Reineke (Bochum), Peter Littelmann (Colonia) e Ghislain Fourier (Aachen). Il progetto include anche sedi estere: Roma, dove oltre a me c'è anche Martina Lanini (Roma Tor Vergata), e Mosca, dove il gruppo di ricerca include Evgeny Feigin, Michael Finkelberg e Valentina Kiritchenko. Mi sto occupando di seguire in parte la tesi di dottorato di uno studente di Ghislain Fourier di nome Kai Wehrmacher. Kai sarà in visita da noi e mi sto muovendo per attivare una co-tutela tra il nostro Dipartimento ed il dipartimento di Matematica di Aachen, così che Kai possa essere formalmente nostro studente di dottorato.

Ad Agosto 2018 ho tenuto un mini-corso di tre lezioni durante il workshop internazionale dell'evento biennale "International Conference on Representations of Algebras" (ICRA). L'ICRA è l'evento internazionale di maggior rilievo nel mio campo di ricerca. Si tratta di un evento biennale la cui prima edizione si è svolta nel 1976. La prossima edizione nel 2020 si svolgerà in Italia, all'ICTP di Trieste, e sarò parte del comitato organizzativo. Malgrado sia stato molto impegnativo, è stato per me un grande piacere ed onore essere stato invitato a tenere un mini-corso sui miei interessi di ricerca proprio all'ICRA. Ho scritto le note per quel corso che saranno pubblicate su un volume EMS dedicato all'evento.

Con Francesco Esposito (Padova) abbiamo iniziato il progetto di applicare il teorema di decomposizione al caso della famiglia detta Grassmanniana quiver universale: si tratta della famiglia

$$\pi_{\mathbf{e}, \mathbf{d}} : \mathrm{Gr}_{\mathbf{e}}^Q(\mathbf{d}) \rightarrow R_{\mathbf{d}}(Q)$$

sulla varietà delle rappresentazioni del quiver Q di vettore dimensione \mathbf{d} la cui fibra su un punto M è la Grassmanniana quiver $\text{Gr}_{\mathbf{e}}(M)$ che consiste delle sottorappresentazioni di M di vettore dimensione \mathbf{e} . Stiamo lavorando al caso in cui il quiver Q sia un quiver equi-orientato di tipo A_n . Un parziale lavoro in questa direzione è una recente pubblicazione di Reineke e Fang.

Ho iniziato una collaborazione con Ghislain Fourier (Hannover) e Fang Xin (Colonia) circa il comportamento degli spazi di omologia di Borel-Moore di degenerazioni lineari di varietà di bandiera.

Ho iniziato una collaborazione con Pierre-Guy Plamondon (Parigi 11) e Yann Palu (Amiens) riguardo la formula di moltiplicazione per algebre cluster di tipo finito, per mezzo della categorificazione con algebre Iwanaga-Gorenstein scoperta recentemente da C. Geiss, B. Leclerc e J. Schröer.

Visitatori

Dal 15 Maggio al 15 Giugno 2017 il Dipartimento SBAI ha ospitato il Professor Jerzy Weyman (UConn), finanziato dal programma “Professori visitatori” dell’INDAM. Abbiamo lavorato sul tema “Algebraic structure of type A cluster algebras with universal coefficients”.

Dal 29 Aprile al 3 Giugno 2017 il Dipartimento SBAI ha ospitato il Professor Daniel Labardini-Fragoso (UNAM), finanziato dal programma “Professori visitatori” dell’ICTP. Abbiamo lavorato sul tema “Generalized cluster algebras via quivers with potentials”.

Dal 3 Gennaio al 20 Giugno 2019 il Dipartimento SBAI ha ospitato la dottoressa Magdalena Boos (Bochum) che ha utilizzato un finanziamento del DFG tedesco per svolgere attività di ricerca con me circa “2-nilpotent B -orbits for classical groups”.

Sono il referente di un progetto INDAM riguardante la visita del Professor Alex Vainshtein (Haifa) ad Ottobre 2019 per collaborare su tematiche riguardanti la teoria di Lie e le connessioni con le algebre cluster. Abbiamo ricevuto il finanziamento e mi sto occupando dei dettagli pratici.

Conferenze e seminari

Dal 9 all' 11 Gennaio 2017 sono stato invitato a Colonia (Germania) per collaborare con Ghislain Fourier.

Dal 21 al 25 Marzo 2017 sono stato invitato alla conferenza internazionale “Quiver Grassmannians and their applications” presso l'università di Wuppertal (Germania) dove ho tenuto un mini-corso su “rappresentazioni di quiver” ed ho tenuto un seminario sul progetto CEFR.

Dal 19 al 22 Maggio 2017, sono stato invitato ad un incontro presso il palazzone di Cortona ed in quell'occasione ho tenuto un seminario sul progetto CEFR.

Il 7 Giugno 2017 ho tenuto un seminario sul progetto CEFR al seminario di Algebra e Geometria presso il Dipartimento G. Castelnuovo di “Sapienza-università di Roma”.

Dal 5 al 9 Marzo 2018 sono stato invitato alla conferenza “Conference on Geometry and Representation Theory of Algebraic Groups” a Bad Honnef (Germania).

Dal 18 al 23 Marzo 2018 ho partecipato alla conferenza “Cluster Algebras: Twenty years on” presso il CIRM di Luminy-Marsiglia (Francia).

Dal 7 al 10 Maggio 2018 sono stato invitato a visitare il Dipartimento di Matematica dell'università di Hannover per lavorare con il Prof. Ghislain Fourier.

Dal 26 al 29 Giugno 2018 sono stato invitato a tenere un seminario sul progetto CEFR presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Bielefeld.

Dal 8 al 18 Agosto 2018 sono stato invitato a tenere un mini-corso di tre lezioni sul tema “Quiver Grassmannians” durante il workshop precedente alla conferenza International Conference on Representations of Algebras 2018 a Praga. Questa conferenza internazionale si tiene ogni due anni ed è l'evento di maggior rilievo nell'ambito della teoria delle rappresentazioni di algebre finito dimensionali.

Dal 12 al 14 Febbraio 2019 sono stato invitato al workshop “ABCD-Conference” presso il Dipartimento di Matematica di Aachen (Germania).

Il 9 Maggio 2019 terrò un seminario presso il Dipartimento di Matematica di Roma Tre dal titolo “Quiver Grassmannians”.

Dal 10 al 16 Giugno 2019 parteciperò alla seconda settimana della conferenza “Cluster Algebras 2019” che si terrà a Kyoto (Giappone).

Altre attività di ricerca e corsi di dottorato

Nel periodo Gennaio/Maggio 2019 ho tenuto un corso di dottorato di 15 ore presso il Dipartimento di Matematica sul tema “Geometric methods in Representation theory of quivers”.

Nel periodo Gennaio/Maggio 2018 ho tenuto un corso di dottorato di 15 ore presso il Dipartimento di Matematica sul tema “Representation theory of quivers”.

Sono co-organizzatore del seminario di Algebra&Geometria di Sapienza-Università di Roma.

Pubblicazioni dal 2016 al 2019

- G. Cerulli Irelli. *Geometry of quiver Grassmannians of Dynkin type with applications to cluster algebras*. Representation Theory-Current trends and perspectives. EMS series of congress reports.
- G. Cerulli Irelli, M. Lanini, P. Littelmann. *Degenerate flag varieties and Schubert varieties: a characteristic free approach*. Pacific J. Math. 284 (2016), no. 2, 283–308.
- G. Cerulli Irelli, E. Feigin, M. Reineke. *Schubert quiver Grassmannians*. Algebr. Represent. Theory 20 (2017), no. 1, 147–161.
- G. Cerulli Irelli, X. Fang, E. Feigin, G. Fourier, M. Reineke. *Linear degenerations of flag varieties*. Math. Z. (2017). In stampa.

Preprint

- G. Cerulli Irelli, X. Fang, E. Feigin, G. Fourier, M. Reineke, *Linear degenerations of flag varieties: partial flags, defining relations and group actions*. arXiv: 1901.11020.

- G. Cerulli Irelli, F. Esposito, H. Franzen, M. Reineke. *Cell decomposition and algebraicity of cohomology for quiver Grassmannians*. arXiv: 1804.07736.
- G. Cerulli Irelli, F. Esposito, M. Boos. *Parabolic orbits of 2-nilpotent elements for classical groups*. arXiv: 1802.06425.
- G. Cerulli Irelli, *Three lectures on quiver Grassmannians*.

In preparazione

- G. Cerulli Irelli, F. Esposito, M. Boos. *Stabilizer and dimension formula for symmetric orbits over a string algebra with self-duality*.
- M. Boos, G. Cerulli Irelli, F. Esposito, *Degenerations of 2-nilpotent elements for classical groups*.
- M. Boos, G. Cerulli Irelli, F. Esposito, *Degenerations for modules over algebras with a self-duality*.
- G. Cerulli Irelli, F. Esposito, G. Fourier, F. Xin. *Homology of the linear degenerations of flag varieties*.
- G. Cerulli Irelli, P.-G. Plamondon, Y. Palu *Multiplication formula for cluster algebras of finite type via Iwanaga-Gorenstein algebras*.
- G. Cerulli Irelli, E. Feigin, M. Reineke, *Isotropic quiver Grassmannians*.

Attività di servizio, finanziamenti e altri titoli

Ho ricevuto l'abilitazione per professore di seconda fascia nel settore 01/A2 valida dal 24.12.2013 al 24.12.2019.

Ho ricevuto l'abilitazione per professore di prima fascia nel settore 01/A2 valida dal 18.09.2018 al 18.09.2024.

Sono "Assistant Editor" della rivista "Rendiconti di Matematica e delle sue applicazioni".

Ho partecipato come commissario alle sedute di laurea triennali della facoltà di ingegneria civile nei giorni: 06.11.2017, 15.03.2018, 20.03.2019.

Il giorno 07 Settembre 2017 ho presieduto la commissione per lo svolgimento dei test TOLC presso il laboratorio “Paolo Ercoli” di via Tiburtina 205.

Sono co-relatore di uno studente di dottorato dell’università di Aachen di nome Kai Wehrmacher. D’accordo con il direttore della scuola di dottorato in “ Modelli Matematici per l’Ingegneria, Elettromagnetismo e Nanoscienze”, Prof.ssa Paola Loreti, sto lavorando per attivare una co-tutela con l’università di Aachen.

Il titolo della tesi è “The PBW-degenerate symplectic flag variety”.

Il relatore ad Aachen è il Prof. Ghislain Fourier.

Sono stato relatore assieme al Prof. Corrado De Concini della tesi di laurea in Matematica di Francesco Filippo Falcone dal titolo “Il fenomeno di Laurent nella teoria generalizzata delle algebre cluster”, discussa il giorno 20 Marzo 2017 presso il Dipartimento di Matematica “G. Castelnuovo”.

Sono relatore della tesi di laurea in Matematica di Veronica De Blasio circa il teorema di Perron-Frobenius e le sue applicazioni ai grafi.

Durante i tre anni di contratto sono stato “referee” delle seguenti riviste: IMRN, Adv. Math., Math. Z., ART, SIGMA, Proc. AMS, Comm. in Algebra, Proc. LMS, Comm. Cont. Math.

Sono componente del progetto di Ateneo-Medi 2018 “Strutture algebro-geometriche e combinatorie relative a grafi, quiver, grassmanniane, codici e algebre di Lie” di cui è responsabile il Prof. Stefano Capparelli, finanziato con 10.000Eur.

Sono componente del progetto di Ateneo-Medi 2017 “Strutture algebro-geometriche e combinatorie relative a grafi, quiver, Grassmanniane, codici e polinomi ortogonali.” di cui è responsabile il Prof. Stefano Capparelli, finanziato con 12.000Eur.

Ho ricevuto il finanziamento FFABR 2017 di 3.000Eur da parte dell’AN-VUR.

Dal 13 al 24 Aprile 2019, ho organizzato assieme al Prof. Corrado De Concini il corso di dottorato del Prof. Karim Adiprasito (Einstein Institute-Israele) dal titolo “The hard Lefschetz theorem beyond positivity, and applications to combinatorics”.