

Curriculum vitae di
Alessandro Goffi

POSIZIONE LAVORATIVA ATTUALE

Dicembre 2019 – in corso **Assegnista di Ricerca presso Dipartimento di Matematica-Università degli Studi di Padova. Progetto: “Mean Field Games and related topics”.**
Supervisore: Prof. M. Bardi

PERCORSO DI STUDI

Novembre 2016 – Novembre 2019 **Dottorato di Ricerca (Ph.D.) cum laude in “Mathematics in Natural, Social and Life Sciences” presso Gran Sasso Science Institute (GSSI), L’Aquila (Italia) in data 19/11/2019.**

Titolo della tesi: *Topics in nonlinear PDEs: from Mean Field Games to problems modeled on Hörmander vector fields.*

Supervisori: Prof. M. Bardi, Dr. M. Cirant.

Ottobre 2014 – Ottobre 2016 **Laurea Magistrale in “Matematica e applicazioni” (classe LM-40)-Università di Camerino (Italia) in data 12/10/2016, Voto finale: 110/110 cum laude.**

Titolo della tesi: *Viscosity solutions of fully nonlinear elliptic equations.*

Supervisore: Dr. ssa C. Giannotti.

Settembre 2011 – Ottobre 2014 **Laurea Triennale in “Matematica e Applicazioni” (Classe L-35)-Università di Camerino (Italia) in data 15/10/2014, Voto finale: 110/110 cum laude.**

Titolo della tesi: *La matematica dei ponti sospesi.*

Supervisore: Prof. R. Giambò.

Settembre 2006 – Giugno 2011 **Studi scientifici presso Liceo Scientifico Tecnologico “Leonardo Da Vinci”, Jesi (Italia).**

LINGUE

Italiano Madrelingua

Inglese Fluente

SEMINARI SU INVITO A CONGRESSI INTERNAZIONALI

16-18 Febbraio, 2022 **Workshop “PDEs in presence in Rome”, Roma, organizzato da B. Barrios, T. Leonori, F. Oliva, F. Petitta.**
(evento futuro programmato)

13 -17 Dicembre, 2021 **Workshop “Mathematical Advances in Mean Field Games” presso Institute for Mathematical and Statistical Innovation (IMSI), Chicago, organizzato da P. Cardaliaguet, R. Carmona, A. Cesaroni, P. Souganidis, D. Tonon.**
(evento futuro programmato)

6 -7 Settembre, 2021 **Conferenza online “Variational Methods & Evolution Equations 2021”, organizzato da F. Anceschi, S. Guarino Lo Bianco, J. Guerand, A. Rebucci.**

25-27 Maggio, 2021 **Conferenza online “Variational and PDE problems in Geometric Analysis, III” organizzata da V. Martino e G. Tralli.**

Titolo del seminario: *Regularity results for nonlinear PDEs via duality methods: from transport-diffusion equations to Hamilton-Jacobi equations and Mean Field Games.*

28 Febbraio- 1 Marzo, 2021 **Conferenza online “Geometric and functional inequalities and recent topics in nonlinear PDEs” organizzata da E. Indrei, D. Marcon e L. Nurbekyan.**

Titolo del seminario: *New qualitative properties for viscosity solutions of fully nonlinear degenerate PDEs.*

- 4-8 Maggio, 2020 **Workshop “Mean Field Games and applications”** organizzato da **W. Gangbo, D. Gomes, R. Hynd, D. Tonon** presso **IPAM, Los Angeles (online, video del talk disponibile nel sito web dell’istituto)**.
Titolo del seminario: *Some new regularity results for viscous Hamilton-Jacobi equations with unbounded right-hand side.*
- 5-7 Febbraio, 2020 **Workshop “Mean Field Games: Recent Progress”** organizzato da **P. Cardaliaguet, P.-L. Lions e P. Souganidis** presso **Università di Chicago**.
Titolo del seminario: *Regularity of viscous Hamilton-Jacobi equations with L^p terms.*
- 26-27 Novembre, 2018 **Workshop “Mean-Field Games and Applications”** presso **KAUST, Arabia Saudita, organizzato da D. Gomes**.
Titolo del seminario: *Lipschitz regularity to time-dependent viscous Hamilton-Jacobi equations with L^p -terms.*

SEMINARI SU INVITO IN UNIVERSITÀ ITALIANE E STRANIERE

- 16 Dicembre, 2020 **Seminario in “Analysis and Mathematical Physics”** presso **Università di Basilea (online)- invitato da G. Crippa**.
Titolo del seminario: *Optimal regularity for viscous Hamilton-Jacobi equations in Lebesgue spaces.*
- 5 Giugno, 2019 **“L’Aquila Seminars in Control Automation and Numerical Analysis”** presso **Università dell’Aquila- invitato da A. Festa e M. Palladino**.
Titolo del seminario: *Lipschitz regularity for viscous Hamilton-Jacobi equations with unbounded data.*
- 18 Marzo, 2019 **Seminario presso Università degli Studi di Trento- invitato da A. Pinamonti**.
Titolo del seminario: *Adjoint methods for nonlinear PDEs: from Hamilton-Jacobi equations to Mean Field Games.*

ALTRE COMUNICAZIONI A CONGRESSI E SEMINARI

- 3 Aprile, 2020 **Seminari di Equazioni Differenziali e Applicazioni** presso **Università degli Studi di Padova (online)**.
- 10 Settembre, 2019 **“Mean Field Games and Related Topics 5”-Levico Terme**.
- 20 Giugno, 2019 **Conferenza “3days on evolution PDEs”- Agropoli**.
- 24 Aprile, 2019 **“PDEs seminars”** presso **GSSI**.
- 14-16 Gennaio, 2019 **Winter School on “Stochastic PDEs and Mean-Field Games”** presso **Università di Bologna**.
- 26 Settembre, 2018 **Seminari di Equazioni Differenziali e Applicazioni** presso **Università degli Studi di Padova**.
- 19-21 Settembre, 2018 **Workshop “Optimal control and Mean Field Games”- Pavia**.
- 2 Maggio, 2018 **Seminario presso Università di Camerino**.

BORSE DI STUDIO

- Novembre 2016 – **Borsa di Dottorato** presso **Gran Sasso Science Institute (GSSI), L’Aquila**.
Novembre 2019
- Settembre 2011 – **“Borsa di Eccellenza”** presso **Università di Camerino**.
Ottobre 2016 Ammontare della borsa di studio: €2400 per anno accademico

ORGANIZZAZIONE DI INCONTRI SCIENTIFICI

- 9-13 Settembre, 2019 **Mean Field Games and Related Topics-5, Levico Terme (Trento), Italia**.
Membro del Comitato Organizzatore

VISITE SCIENTIFICHE PRESSO ISTITUTI ITALIANI E STRANIERI

- 13-17 Settembre 2021 **Università di Firenze (collaborazione scientifica con Dr. F. Pediconi).**
Ottobre 2017 – Settembre 2019 **Università degli Studi di Padova (numerose visite durante il dottorato).**
- 18-19 Marzo, 2019 **Università degli Studi di Trento (collaborazione scientifica con Prof. A. Pinamonti).**
- 4-7 Febbraio, 2019 **EHESS, Parigi (collaborazione scientifica con Prof. L. Rossi).**
- 21-24 Gennaio, 2019 **SBAI, Università di Roma “La Sapienza” (collaborazione scientifica con Prof. F. Camilli).**
- 25 Novembre-1 Dicembre, 2018 **KAUST, Arabia Saudita (invitato da Prof. D. Gomes).**

INTERESSI DI RICERCA

Mean Field Games; Regolarità per soluzioni di equazioni alle derivate parziali non lineari; Regolarità per soluzioni di equazioni del trasporto con campi di velocità irregolari; Equazioni completamente non lineari (fully nonlinear) del secondo ordine; Equazioni non lineari sub-ellittiche; Equazioni con diffusione non locale/frazionaria; Teoria dell'interpolazione su spazi di Banach e applicazioni.

PUBBLICAZIONI

- [1] M. Cirant e A. Goffi, *On the existence and uniqueness of solutions to time-dependent fractional MFG*, SIAM Journal on Mathematical Analysis 51 (2019), no. 2, 913-954, DOI: 10.1137/18M1216420.
- [2] M. Bardi e A. Goffi, *New strong maximum and comparison principles for fully nonlinear degenerate elliptic PDEs*, Calculus of Variations and Partial Differential Equations 58 (2019), no. 6, 184, DOI: 10.1007/s00526-019-1620-2.
- [3] M. Cirant e A. Goffi, *Lipschitz regularity for viscous Hamilton-Jacobi equations with L^p terms*, Annales de l'Institut Henri Poincaré (C) Analyse Non Linéaire 37 (2020), no. 4, 757-784, DOI: 10.1016/j.anihpc.2020.01.006.
- [4] F. Camilli e A. Goffi, *Existence and regularity results for viscous Hamilton-Jacobi equations with Caputo time-fractional derivative*, Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA 27 (2020), no. 2, 22, DOI: 10.1007/s00030-020-0624-0.
- [5] A. Goffi, *Some new Liouville-type results for fully nonlinear PDEs on the Heisenberg group*, Nonlinear Analysis 200 (2020), 112013, DOI: 10.1016/j.na.2020.112013.
- [6] M. Bardi e A. Goffi, *Liouville results for fully nonlinear equations modeled on Hörmander vector fields: I. The Heisenberg group*, Mathematische Annalen (2020), DOI: 10.1007/s00208-020-02118-x.
- [7] A. Goffi e F. Pediconi, *A note on the strong maximum principle for fully nonlinear equations on Riemannian manifolds*, The Journal of Geometric Analysis 31 (2021), no. 8, 8641-8665, DOI: 10.1007/s12220-021-00607-2.
- [8] M. Cirant e A. Goffi, *On the problem of maximal L^q -regularity for viscous Hamilton-Jacobi equations*, Archive for Rational Mechanics and Analysis 240 (2021), no. 3, 1521-1534, DOI: 10.1007/s00205-021-01641-8.
- [9] A. Goffi, *Transport equations with nonlocal diffusion and applications to Hamilton-Jacobi equations*, Journal of Evolution Equations (2021), DOI:10.1007/s00028-021-00720-3.
- [10] S. Cacace, F. Camilli e A. Goffi, *A policy iteration method for Mean Field Games*, ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations 27 (2021), 85, DOI: 10.1051/cocv/2021081.
- [11] M. Cirant e A. Goffi, *Maximal L^q -regularity for parabolic Hamilton-Jacobi equations and applications to Mean Field Games*, Annals of PDE 7 (2021), no. 2, 19, DOI: 10.1007/s40818-021-00109-y.

PREPRINTS

- [12] M. Cirant e A. Goffi, *On the Liouville property for fully nonlinear equations with superlinear first-order terms*, arXiv:2107.13262 (2021), inviato per la pubblicazione.
- [13] M. Bardi e A. Goffi, *Liouville results for fully nonlinear equations modeled on Hörmander vector fields: II. Carnot groups and Grushin geometries*, arXiv:2109.11331 (2021), inviato per la pubblicazione.
-

ALTRE PUBBLICAZIONI

- [14] A. Goffi, *Topics in nonlinear PDEs: from Mean Field Games to problems modeled on Hörmander vector fields*, Tesi di Dottorato, Gran Sasso Science Institute, Novembre 2019.
-

DIDATTICA A.A. 2020/2021

- Settembre 2020-
Gennaio 2021 **32 ore per l'insegnamento "Analisi Matematica 1" come "Professore a contratto" nel corso di Laurea Triennale in Ingegneria Chimica e dei Materiali- Dipartimento di Ingegneria Industriale presso Università degli Studi di Padova.**
Docente responsabile: Dr. M. Cirant.
- 22 Febbraio- 3 Marzo
2021 **Regularity theory for parabolic equations (8 ore svolte su 14 totali, in collaborazione con Dr. M. Cirant)- Corso dell'area di Matematica per il programma di Dottorato in Scienze Matematiche presso Università degli Studi di Padova.**
-

ALTRO

- 10 Giugno 2021 **Convocato per la prova orale nel concorso RTDA SC 01/A3 SSD MAT/05 del Dipartimento di Matematica "G. Castelnuovo" dell'Università degli Studi di Roma "La Sapienza" pubblicato sulla G.U. n. 88 del 10/11/2020.**
- 15 Aprile 2021 **Convocato per la prova orale nel concorso RTDA SC 01/A3 SSD MAT/05 del Dipartimento di Scienze Matematiche "G. L. Lagrange" del Politecnico di Torino pubblicato sulla G.U. n. 90 del 17/11/2020 IV serie speciale (classificato terzo per punteggio complessivo).**
- 8 Aprile 2021 **Convocato per la prova orale nel concorso RTDA SC 01/A3 SSD MAT/05 del Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino "G. Peano" pubblicato sulla G.U. n. 85 del 30/10/2020 (classificato quarto per punteggio complessivo).**
- 23 Ottobre 2020 **Convocato per la prova orale nel concorso RTDA SC 01/A3 SSD MAT/05 del Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria dell'Università degli Studi di Roma "La Sapienza" pubblicato sulla G.U. n. 37 del 12/05/2020.**
- 7 Maggio 2020 **Convocato per la prima prova orale nel concorso per la posizione di "Assistant Professor" SC 01/A3 SSD MAT/05 modello "tenure-track 3+2+3" del Dipartimento di Scienze delle Decisioni dell'Università Commerciale "Luigi Bocconi" di Milano pubblicato sulla G.U. n. 2 del 7/01/2020.**
-

PROGETTI E FONDI

- 2020-2021 (scadenza
Dicembre 2021) **Membro del progetto GNAMPA "Mean Field Games: modelli e sviluppi".**
P.I. Prof. A. Porretta.

- Dicembre 2019-Aprile 2021 **Membro del progetto della Fondazione CaRiPaRo “Nonlinear partial differential equations: Asymptotic problems and Mean-Field Games”**.
PI: Dr. M. Cirant.
- Dicembre 2019-30 Settembre 2021 **Membro del progetto “Mean Field Games and Applications”**.
P.I. Prof. D. Gomes, Coordinatore locale: Prof. M. Bardi.
-

AFFILIAZIONI

2018-in corso **GNAMPA**.
Sezione di equazioni differenziali e sistemi dinamici

SERVIZI PER LA COMUNITÀ

- Reviewer per *Mathematical Reviews (MathSciNet)* (fino al 3/02/2021).
 - Referee per le riviste *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, *Communications in Partial Differential Equations*, *Mathematische Annalen*, *Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa-Classe di Scienze*, *Communications on Pure and Applied Analysis*, *Journal of Differential Equations*, *Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA*, *International Mathematics Research Notices (IMRN)*, *Annales de l'Institut Henri Poincaré (C) Analyse Non Linéaire*, *Funkcialaj Ekvacioj*.
-

DESCRIZIONE BREVE DEGLI ARGOMENTI DI RICERCA

- *Proprietà qualitative di equazioni del secondo ordine completamente non lineari degeneri strutturate su campi Hörmander.*
Nel lavoro [2] sono stati analizzati principi del massimo e minimo forte per equazioni completamente non lineari (fully nonlinear) degeneri del secondo ordine. I risultati sono stati ottenuti grazie ad una generalizzazione della nozione di campo subunità per operatori non lineari, la quale estende la definizione classica introdotta da Fefferman-Phong nel contesto lineare. In particolare, è stata dimostrata la validità dei principi del massimo e minimo forte per operatori completamente non lineari del secondo ordine che ammettono dei campi subunità generalizzati i quali soddisfano la condizione di Hörmander. Le principali applicazioni dei precedenti risultati riguardano equazioni completamente non lineari e quasi-lineari di tipo sub-ellittico (ad esempio modellate su campi che generano gruppi di Carnot o geometrie di tipo Grushin) strutturate su gradiente e Hessiana orizzontale (simmetrizzata). Più in dettaglio, esempi modello riguardano gli operatori di Pucci costruiti sull'Hessiana orizzontale e, più in generale, di tipo Bellman e Isaacs, e alcuni operatori quasi-lineari modellati su p - e ∞ -Laplaciano. I risultati precedenti rappresentano la base per derivare principi del confronto forte, come mostrato in [2].
Nel lavoro [6] sono state analizzate nuove proprietà di tipo Liouville su tutto lo spazio per operatori completamente non lineari degeneri del secondo ordine. In particolare, in [6] è stato dimostrato un risultato astratto di tipo Liouville per opportuni operatori degeneri assumendo l'esistenza di una funzione di tipo Lyapunov per l'operatore, il principio del massimo forte e il principio del confronto debole su insiemi limitati. Un esempio modello è rappresentato da equazioni di Pucci aventi termini di ordine inferiore strutturati sia sul gradiente orizzontale che sul gradiente Euclideo, e drift di tipo Ornstein-Uhlenbeck. In particolare, sono state ottenute condizioni sufficienti esplicite, riguardanti i coefficienti del primo ordine e di quelli di ordine zero, per la validità di proprietà di Liouville per equazioni i cui termini del secondo ordine possono essere confrontati con operatori di tipo Pucci degeneri nel gruppo di Heisenberg. Risultati più generali su gruppi di Carnot e geometrie di tipo Grushin sono stati parzialmente studiati in [14] e sono state oggetto del lavoro [13]. Proprietà di tipo Liouville per equazioni completamente non lineari e termini del primo ordine con crescita super-lineare sono state analizzate in [12].
- *Regolarità Lipschitz per soluzioni di equazioni di Hamilton-Jacobi con termini L^p .*
Nel lavoro [3] è stato analizzato l'effetto regolarizzante di opportune soluzioni deboli di equazioni paraboliche del secondo ordine di tipo Hamilton-Jacobi aventi termini del primo ordine a crescita super-lineare e sorgente in spazi $L^p_{x,t}$. Il risultato è stato ottenuto tramite una variazione del metodo di dualità non lineare (nonlinear adjoint method) recentemente proposto da L. C. Evans. Più precisamente, lo

schema si propone di combinare per dualità nuovi risultati di regolarità per soluzioni deboli di equazioni di tipo Fokker-Planck con termini di drift irregolari (aventi integrabilità in classi di Lebesgue rispetto alla soluzione stessa) e teoremi di immersione di Sobolev per spazi parabolici. Inoltre, è stato introdotto un nuovo metodo di Bernstein di tipo variazionale che sfrutta i sopra indicati risultati di regolarità per equazioni di Fokker-Planck al fine di ottenere stime a priori per soluzioni classiche, permettendo di migliorare i parametri di integrabilità del termine sorgente dell'equazione ottenuti nel contesto delle soluzioni deboli. Questo studio è stato motivato da problemi che nascono nella recente teoria dei Mean Field Games introdotta da J.-M. Lasry e P.-L. Lions, nei quali le soluzioni delle equazioni di campo medio sono in relazione con un problema di controllo ottimo per equazioni di tipo Hamilton-Jacobi con termine sorgente appartenente ad uno spazio di Lebesgue. Infine, tale analisi sembra essere il primo tentativo di estendere un importante risultato di regolarità ottenuto da P.-L. Lions in [P.-L. Lions, *Quelques remarques sur les problèmes elliptiques quasilineaires du second ordre*, J. Anal. Math. 1985] per il corrispondente problema stazionario. In quest'ultimo, è stato dimostrato che si ha regolarità di tipo Lipschitz per soluzioni (nel senso delle distribuzioni) dell'equazione

$$-\Delta u + |Du|^\gamma = f(x) \in L^p, \gamma > 1 \quad (\text{HJ})$$

quando $p > d$, dove d è la dimensione dello spazio ambiente, e per ogni $\gamma > 1$.

Tramite bootstrap, i risultati in [3] permettono di ottenere un risultato di regolarità massimale per equazioni paraboliche semi-lineari aventi termini di gradiente con crescita super-lineare.

- *Regolarità massimale di tipo L^p per equazioni di tipo Hamilton-Jacobi del secondo ordine (dimostrazione della congettura di P.-L. Lions).*

Obiettivo principale del lavoro [8] è stato lo studio della regolarità massimale in spazi L^p per l'equazione (HJ). In particolare, in [8] è stato dimostrato che, sotto opportune ipotesi di integrabilità, i termini $D^2u, |Du|^\gamma$ possiedono la stessa integrabilità del lato destro f (come ci si aspetta dall'equazione). Il risultato è alla base di una congettura formulata da P.-L. Lions, la quale afferma che questa proprietà di regolarità è verificata quando $p > d(\gamma - 1)/\gamma$, dove d è la dimensione dello spazio ambiente. La dimostrazione, proposta in [8], si basa su un nuovo metodo di tipo Bernstein in forma integrale e permette di rispondere positivamente alla precedente congettura, fornendo anche un esempio negativo al di sotto della soglia critica $p = d(\gamma - 1)/\gamma$.

Nel lavoro [11] lo stesso problema è stato affrontato nel caso evolutivo. In questo contesto, dato il fallimento della tecnica ellittica basata sul metodo di Bernstein a causa della presenza della variabile temporale, l'approccio (perturbativo) proposto prevede di combinare risultati di regolarità massimale per equazioni lineari, disuguaglianze di tipo Gagliardo-Nirenberg e nuove stime di integrabilità e Hölderiane. Queste ultime sono state ottenute tramite metodi di dualità attraverso nuovi risultati di regolarità per equazioni di tipo Fokker-Planck su scale di Nikol'skii. La versione parabolica della congettura è stata risposta in modo positivo fino alla crescita naturale nel gradiente $\gamma = 2$, mentre nel caso super-quadratico si danno risposte parziali. Inoltre, i risultati di regolarità parabolica ottenuti in [3,11] consentono di migliorare la precedente letteratura di regolarità per sistemi di equazioni della teoria dei Mean Field Games, costituiti da un'equazione di Hamilton-Jacobi (backward) accoppiata con un'equazione di Fokker-Planck (forward) con termine di "coupling" (cioè il termine sorgente dell'equazione di Hamilton-Jacobi) illimitato. In particolare, sono stati ottenuti nuovi avanzamenti rispetto al problema (aperto) di esistenza di soluzioni classiche quando il termine del primo ordine dell'equazione di Hamilton-Jacobi presenta una crescita del tipo $|Du|^\gamma$, $\gamma \geq 3$, nei casi focusing e defocusing. Infine, sono stati migliorati i risultati noti di esistenza di soluzioni classiche quando $\gamma < 2$ e $2 < \gamma < 3$.

- *Esistenza, unicità e regolarità per equazioni di Fokker-Planck, Hamilton-Jacobi e sistemi Mean Field Games con diffusione frazionaria.*

Nel lavoro [1] sono stati studiati problemi di esistenza, unicità e regolarità di soluzioni per sistemi Mean Field Games evolutivi aventi diffusione frazionaria del tipo $(-\Delta)^s$, $s \in (0,1)$, quando il termine di accoppiamento delle due equazioni è regolarizzante. Uno dei contributi principali del lavoro è l'analisi funzionale di spazi di Sobolev parabolici modellati su scale di Bessel. In particolare, sono stati ottenuti nuovi teoremi di immersione parabolici di tipo Sobolev e Morrey per spazi generici della forma $\{u \in L^q(a,b; H_q^\mu), \partial_t u \in L^q(a,b; H_q^{\mu-2s})\}$, dove H_q^μ denota lo spazio di Bessel, tramite metodi di interpolazione su spazi di Banach, estendendo precedenti risultati ottenuti da Ladyzhenskaya-Solonnikov-Ural'ceva a spazi frazionari. Questi risultati preliminari hanno consentito lo studio delle proprietà di

regolarità di equazioni non lineari di tipo Hamilton-Jacobi e di sistemi Mean Field Games con diffusione non locale. In particolare, per questi ultimi è stata dimostrata l'esistenza di soluzioni classiche nel regime sotto-critico del Laplaciano frazionario ($s > 1/2$), mentre è stata dimostrata l'esistenza di soluzioni deboli nel regime sopra-critico e critico ($s \leq 1/2$). L'unicità delle soluzioni è stata ottenuta assumendo la classica condizione di monotonia introdotta da Lasry-Lions e per orizzonti temporali piccoli tramite metodi differenti.

Nel lavoro [9] è stata approfondita l'analisi funzionale per gli spazi parabolici iniziata in [1] con l'obiettivo di analizzare esistenza, unicità e regolarità di opportune soluzioni di equazioni di trasporto (con termini di ordine inferiore in forma di divergenza) e Hamilton-Jacobi con diffusione frazionaria e crescita super-lineare nel gradiente. In particolare, sono state ottenute stime a priori di tipo integrale per soluzioni di equazioni di trasporto con diffusione frazionaria quando il drift dell'equazione appartiene a classi di Lebesgue in spazio-tempo. Sono stati poi analizzate le proprietà di regolarità in spazi di Bessel parabolici per soluzioni di equazioni del trasporto nel caso di termini di drift con bassa regolarità (in spazi di Lebesgue) rispetto alla soluzione stessa. Questa analisi ha permesso di estendere al caso non locale alcuni dei risultati di regolarità per soluzioni di equazioni di Hamilton-Jacobi discussi in precedenza in [3] e [11] implementando una versione frazionaria del metodo aggiunto non lineare.

28/09/2021